DOI: 10.25728/mlsd.2022.0155

УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ МЕХАНИЗМА СМЕШАННОГО ФИНАНСИРОВАНИЯ

Щепкин А.В.
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65
av_shch@mail.ru

Аннотация: Анализируется механизм смешанного финансирования. Исполнители проектов сообщают в Центр заявки на финансирование и получают финансы, только тогда, когда сами вкладывают собственные средства в проект. При финансировании Центр учитывает заявки исполнителей и размер средств, которые они выделяют на реализацию своих проектов.

Ключевые слова: механизм смешанного финансирования, средства заказчика, средства исполнителей.

Введение

Идея смешанного финансирования основывается на объединении средств Центра и собственных средств исполнителя проекта – агента. Особенность механизмов смешанного финансирования [1, 2]. заключается в том, что Центр предоставляет средства на выполнение проектов только тем агентам, которые выделяют свои собственные средства на выполнение этих проектов. Такой подход при распределении финансов встречается достаточно часто. В частности, подобная ситуация возникает при распределении финансовых средств государства и предприятий бизнеса для реализации социальных проектов развития региона, имеющих как социальную, так и экономическую значимость [3,4]. Вопросы смешанного финансирования рассматриваются при выборе стратегии финансирования инвестиционных проектов [5,6]. Кроме того, следует отметить, что вопросам смешанного финансирования уделяется внимание при управлении чистым интегральным риском инновационной организации [7]. Анализ функционирования модели активной системы [8] при действии механизма смешанного финансирования позволяет получить условия, которые формируют у агентов заинтересованность вкладывать собственные средства в финансирование проектов.

1 Модель объекта

В процессе функционирования модели активной системы между Центром и агентами происходит обмен информацией. Агенты сообщают Центру требуемые объемы финансирования для выполнения проекта и размер собственных средств, которые они выделяют на выполнение своего проекта. Центр определяет размер финансовых средств, который выделяется для каждого проекта и сообщает их агентам.

Обозначим:

C – фонд финансирования;

N – $\{1, 2, ..., n\}$ – множество агентов и, соответственно, множество проектов;

c_i – объем финансирования, выделенный для выполнения i-го проекта, $i \in N$.

u_i – объем собственных средств агента для выполнения i-го проекта, $i \in N$.

$Э_i$ – эффект, полученный i-м агентом при выполнении i-го проекта, $i \in N$.

Будем считать, что $Э_i = r_i c_i$, $i \in N$, где r_i – коэффициент, характеризующий эффективность проекта для i-го агента или отдача от вложенных средств.

В Центр поступает информация от агентов о планируемых затратах s_i, $i \in N$ на выполнение проектов. При этом будем считать, что агент стремится получить такой объем финансирования, который обеспечивает ему максимальный эффект от выполняемого проекта. Таким образом, целевую функцию i-го агента можно записать в виде

$$f_i = r_i c_i, \ i \in N. \tag{1}$$

Получив все заявки на финансирование, Центр сравнивает сумму полученных заявок с размером распределяемого фонда. Возможны две ситуации:

1. $\sum_{q \in N} s_q \le C$. В этом случае финансирование заключается лишь в выделении средств $c_i = s, \ i \in N$, при этом целевая функция i-го агента (1) принимает вид

$$f_i = r_i s_i, \ i \in N.$$

2. $\sum_{q\in N} s_q > C$. Так как все заявки Центр удовлетворить не может, в этом случае как раз и требуются механизмы распределения. При этом целевая функция i-го агента соответствует (1).

2 Механизмы распределения финансовых средств

В силу того, что при применении механизма смешанного финансирования финансовые средства агентам выделяются только в случае, когда сам агент выделяет собственные средства на выполнение проекта, будем считать, что Центр выдвигает агентам требование выделения собственных средств, размер которых зависит от его заявки на финансирование. Будем считать, что размер собственных средств агента, составляет определенную часть от запрашиваемых у Центра средств. Если i-й агент подает в Центр заявку в размере s_i, это фактически означает, что для выполнения i-го проекта он выделяет собственные средства в размере $u_i=ds_i$. Здесь коэффициент d определяет долю, от запрашиваемого агентом финансирования. Целевая функция агента в этом случае может быть записана как

$$f_i = r_i(c_i+ds_i) - ds_i = r_ic_i+(r_i-1)ds_i,\ i\in N. \qquad (2)$$

Заметим, что r_i<1, т.к. в противном случае агент мог бы получать эффект от выполнения проекта даже не привлекая средства из фонда финансирования.

Если используется процедура прямых приоритетов [1, 9] и сам Центр устанавливает приоритеты $\{A_i\}$ на проекты, то эта процедура будет записываться в виде

$$c_i = \frac{A_i s_i}{\sum_{q\in N} A_q s_q} C,\ i\in N. \qquad (3)$$

Пусть Центр установил приоритеты в виде

$$A_i = \frac{p_i}{s_i},\ i\in N, \qquad (4)$$

что означает, чем выше заявка агента на финансирование, тем ниже его приоритет. Для таких приоритетов процедура распределения (3) записывается в виде

$$c_i = \frac{p_i}{\sum_{q\in N} p_q} C,\ i\in N,$$

а размер финансирования определяется только приоритетом $\{p_i\}$, $i\in N$. Из целевой функции агентов (2) следует, что заявки агентов будут стремиться к нулю, и, соответственно, к нулю будет стремиться и объем собственных средств агента на выполнение проекта.

Если Центр установил приоритеты в виде

$$A_i = p,\ i\in N, \qquad (5)$$

то целевая функция агентов будет иметь вид

$$f_i = r_i \frac{p_i s_i}{\sum_{q\in N} p_q s_q} C - (1-r_i) ds_i,\ i\in N,$$

а заявки агентов в ситуации равновесия по Нэшу будут определяться как

$$s_i^{(\text{нп})} = \frac{n-1}{p_i d \sum_{q\in N} \frac{1-r_q}{r_q p_q}} C \left(1 - \frac{1-r_i}{r_i p_i} \frac{n-1}{\sum_{q\in N} \frac{1-r_q}{r_q p_q}} \right),\ i\in N. \qquad (6)$$

Так как заявки на финансирование не могут быть меньше нуля, ситуация равновесия по Нэшу (6) существует, только когда

$$\frac{r_i p_i}{1-r_i} > \frac{n-1}{\sum_{q\in N} \frac{1-r_q}{r_q p_q}},\ i\in N. \qquad (7)$$

Здесь следует отметить, что на существование ситуации равновесия по Нэшу (6), размер собственных средств агента не оказывает влияния.

Утверждение 1. Для любого набора значений коэффициентов $\{r_i\}$, $r_i<1$, $i\in N$, Центр всегда может установить такие приоритеты $\{p_i\}$, $i\in N$, что ситуация равновесия будет существовать.

Доказательство. Фактически необходимо доказать, что существует такой набор $\{p_i\}$, $i\in N$, при котором выполняются неравенства (7).

Пусть имеется следующий набор приоритетов $\{p_i\}=\{p_1,1, 1, \ldots, 1\}$, следует выбрать такой приоритет p_1, чтобы (7) для i=1 выполнялось. Перепишем (7) для первого агента в виде

$$\frac{r_1 p_1}{1-r_1} > \frac{n-1}{\dfrac{1-r_1}{r_1 p_1} + \sum\limits_{\substack{q\in N\\ q\neq 1}} \dfrac{1-r_q}{r_q}}. \tag{8}$$

Выражение (8) можно записать как

$$\frac{r_1 p_1}{1-r_1} \sum_{\substack{q\in N\\ q\neq 1}} \frac{1-r_q}{r_q} > n-2.$$

Пусть $D_i = \sum\limits_{\substack{q\in N\\ q\neq i}} \dfrac{1-r_q}{r_q}$ и $D^* = \min\limits_i \{D_i\}$

Ограничение на p_1 можно получить из условия

$$p_1 > \frac{(n-2)(1-r_1)}{r_1 D^*}.$$

Пусть $p_1 = w\dfrac{(n-2)(1-r_1)}{r_1 D^*}$, где $w>1$. Таким образом, Центр определил значение приоритета для первого агента.

Значения приоритетов остальных агентов Центр может определить из условия

$$\frac{p_i r_i}{1-r_i} = \frac{p_1 r_1}{1-r_1},\ i\in N.$$

Отсюда получаем

$$p_i = \frac{1-r_i}{1-r_1}\frac{r_1}{r_i} p_1,\ i\in N. \tag{9}$$

Подставив в (9) значение p_1 получаем

$$p_i = w\frac{(n-2)(1-r_i)}{r_i D^*},\ i\in N. \tag{10}$$

Приоритеты (10) являются искомыми приоритетами. Для того, чтобы проверить справедливость неравенства (7) для полученных приоритетов достаточно (10) подставить в (7). При этом получаем

$$1 > \frac{n-1}{n},\ i\in N. \tag{11}$$

Отсюда следует, что для приоритетов (10) неравенство (7) выполняется.

Утверждение доказано.

Утверждение 2. Для любого набора приоритетов $\{p_i\}$, $i\in N$ существуют такие значения коэффициентов $\{r_i\}$, $r_i<1$, $i\in N$, что будут выполняться неравенства (7).

Доказательство. Доказательство этого утверждения аналогично доказательству утверждения 1. Действительно, не ограничивая общности, будем считать, что $p_1 \geq p_2 \geq \ldots \geq p_n$. Для заданных приоритетов $\{p_i\}$, $i\in N$, значения коэффициентов $\{r_i\}$, $r_i<1$, $i\in N$ могут быть определены из выражения (7). Перепишем (7) в виде

$$r_i > \frac{n-1}{p_i \sum\limits_{q\in N} \dfrac{1-r_q}{r_q p_q} + (n-1)},\ i\in N. \tag{12}$$

Положим $r_2=\ldots=r_n=r^*$, тогда из (12) для i=1 получаем

$$r_1 > \frac{n-2}{p_1 \frac{1-r^*}{r^*} \sum_{\substack{q\in N\\ q\neq 1}} \frac{1}{p_q} + (n-2)}.$$

Так как значение r^* выбрано произвольно, положим $\frac{1-r^*}{r^*} = \frac{1}{p_1}$, тогда $r^* = \frac{p_1}{1+p_1}$.

Пусть $B_i = \sum_{\substack{q\in N\\ q\neq i}} \frac{1}{p_q}$ и $B^* = \min_i \{B_i\}$.

Ограничение на r_1 можно получить из условия

$$r_1 > \frac{n-2}{B^* + (n-2)}.$$

Положим $r_1 = v\frac{n-2}{B^* + (n-2)}$, где $v>1$ и $v < \frac{B^*}{n-2} + 1$. Таким образом, определено значение коэффициента эффективности первого агента.

Значения коэффициентов эффективности остальных агентов можно определить из следующих соотношений

$$\frac{p_i r_i}{1-r_i} = \frac{p_1 r_1}{1-r_1},\ i\in N.$$

Отсюда получаем

$$r_i = \frac{p_1 r_1}{p_i + (p_1 - p_i) r_1},\ i\in N. \tag{13}$$

Подставив в (13) значение r_1 получаем

$$r_i = \frac{v(n-2)p_1}{p_i B^* + \left[v p_1 - (v-1) p_i\right](n-2)},\ i\in N. \tag{14}$$

Коэффициенты эффективности (14) являются искомыми коэффициентами. Для того, чтобы проверить справедливость неравенства (7) для полученных коэффициентов достаточно (14) подставить в (7). При этом получаем неравенство (11), которое показывает, что для коэффициентов эффективности (14) неравенство (7) выполняется.

Утверждение доказано.

Из (6) легко получить, что объем собственных средств i-го агента на выполнение проекта в ситуации равновесия по Нэшу определяется выражением

$$u_i^{(\text{пп})} = \frac{n-1}{p_i \sum_{q\in N} \frac{1-r_q}{r_q p_q}} C \left(1 - \frac{1-r_i}{r_i p_i} \frac{n-1}{\sum_{q\in N} \frac{1-r_q}{r_q p_q}} \right),\ i\in N.$$

Соответственно, суммарный объем собственных средств агентов на выполнение всех проектов в ситуации равновесия по Нэшу равен

$$\sum_{q\in N} u_q^{(\text{пп})} = \frac{n-1}{\sum_{q\in N} \frac{1-r_q}{r_q p_q}} C \left(\sum_{q\in N} \frac{1}{p_q} - \sum_{q\in N} \frac{1-r_q}{r_q p_q^2} \frac{n-1}{\sum_{q\in N} \frac{1-r_q}{r_q p_q}} \right) \tag{15}$$

3 Процедура обратных приоритетов

Если при использовании в механизме смешанного финансирования процедуры обратных приоритетов [2, 9] Центр, установил приоритеты в виде (4), то в этом случае эта процедура может быть записана как

$$c_i = min\left\{ s_i ; \frac{p_i}{s_i^2 \sum_{q\in N} p_q / s_q^2} C \right\}, \ i\in N. \tag{16}$$

Максимальный размер финансирования агент может получить, если выполнено условие

$$s_i = \frac{p_i}{s_i^2 \sum_{q\in N} p_q / s_q^2} C, \ i\in N. \tag{17}$$

Из (17) легко получить

$$c_i = s_i^{(\text{оп})} = \frac{\sqrt[3]{p_i}}{\sum_{q\in N} \sqrt[3]{p_q}} C, \ i\in N.$$

Покажем, что $s_i^{(\text{оп})}$ представляет собой ситуацию равновесия по Нэшу.

Целевую функцию агента (2) в этом случае можно записать в виде

$$f_i = r_i s_i^{(\text{оп})} \left[\left(1-d\right) - dr_i \right], \ i\in N.$$

Заметим здесь, что $s_i^{(\text{оп})}$ – это размер заявки *i*-го агента, при которой он получает максимальный размер запрашиваемых средств. А это значит, что при любой заявке $s_i > s_i^{(\text{оп})}$ или $s_i < s_i^{(\text{оп})}$ агент получит меньше средств, чем $s_i^{(\text{оп})}$.

Отсюда и следует, что $s_i^{(\text{оп})}$ представляет собой ситуацию равновесия по Нэшу.

Сравнивая процедуры прямых и обратных приоритетов, можем утверждать, что для приоритетов (4) процедура обратных приоритетов обеспечивает получение от каждого агента собственных средств на выполнение проекта в размере

$$u_i^{(\text{оп})} = d \frac{\sqrt[3]{p_i}}{\sum_{q\in N} \sqrt[3]{p_q}} C, \ i\in N, \tag{18}$$

в то время как процедура прямых приоритетов таких значений собственных средств агентов на выполнение проектов обеспечить не может.

В случае, когда Центр, установил приоритеты в виде (5), то процедура обратных приоритетов может быть записана как

$$c_i = min\left\{ s_i ; \frac{p_i}{s_i \sum_{q\in N} p_q / s_q} C \right\}, \ i\in N.$$

Максимальный размер финансирования в этом случае будет равен

$$c_i = \hat{s}_i^{(\text{оп})} = \frac{\sqrt{p_i}}{\sum_{q\in N} \sqrt{p_q}} C, \ i\in N.$$

А размер собственных средств *i*-го агента на выполнение проекта определяется выражением

$$\hat{u}_i^{(\text{оп})} = d \frac{\sqrt{p_i}}{\sum_{q\in N} \sqrt{p_q}} C, \ i\in N. \tag{19}$$

Из (18) и (19) следует, что суммарный объем собственных средств агентов на выполнение всех проектов в ситуации равновесия по Нэшу равен $\sum_{q\in N} u_q^{(\text{оп})} = \sum_{q\in N} \hat{u}_q^{(\text{оп})} = dC$.

Заключение

Нетрудно заметить, что значения заявок агентов в ситуации равновесия по Нэшу при применении механизма прямых приоритетов (3) зависят от установленного Центром размера доли собственных средств d, направляемых агентом на выполнение работы (6). В то же время, использование механизма обратных приоритетов (16) приводит к тому, что значения заявок агентов в ситуации равновесия по Нэшу не зависят от установленного Центром размера доли d.

Как показано выше, суммарный объем собственных средств агентов на выполнение всех проектов в ситуации равновесия по Нэшу при использовании процедуры обратных приоритетов равен dC, в то время как при использовании процедуры прямых приоритетов этот размер определяется выражением (15). Если использовать приоритеты, полученные при доказательстве утверждения 1 суммарный объем собственных средств агентов на выполнение всех проектов в ситуации равновесия по Нэшу определяется выражением

$$\sum_{q\in N} u_q^{(\text{пп})} = \frac{(n-1)}{n^2}\sum_{q\in N}\frac{r_q}{1-r_q}C$$

Отсюда следует, что суммарный объем собственных средств агентов на выполнение всех проектов будет больше в ситуации равновесия по Нэшу при использовании процедуры прямых приоритетов, чем при использовании процедуры обратных приоритетов только при выполнении условия.

$$\sum_{q\in N}\frac{r_q}{1-r_q} > \frac{dn^2}{n-1}.$$

Литература

1. *Новиков Д.А.* Теория управления организационными системами. 3-е изд. М.: Издательство физико-математической литературы, 2012. – 604 с.
2. Механизмы управления: Учебное пособие // Под редакцией *Д.А. Новикова*. М.: ЛЕНАНД, 2011. – 192 с. (Умное управление).
3. *Бондаренко Ю.В., Березнев П.В., Костылева Е.А., Чекомазов А.Н.* Об одном подходе к распределению затрат при смешанном финансировании социальных проектов региона // Моделирование и наукоемкие информационные технологии в технических и социально-экономических системах. Труды IV Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. 2016. – С. 304 – 308.
4. *Балтина А.М., Кириленко Л.С.* Моделирование смешанного финансирования строительства жилья в Российской федерации // Финансы и кредит, 2017. Т. 23. Вып. 24. – С. 1422 – 1438.
5. *Игонина Л.Л.* Инвестиции: Учебник / *Л.Л. Игонина.* 2 – е изд., перераб. и доп. – Москва: Магистр: НИЦ Инфра, 2013. – 752 с.
6. *Смирнов А.Л.* Проектное финансирование: инструменты и технологии. Монография. – М.: МАКС Пресс, 2013. – 457 с.
7. *Ермасова Н.Б., Ермасов С.В.* Параметризация моделей смешанного финансирования управления чистым интегральным риском инновационной организации // Управление риском, 2014. № 3. Т. 71. С. 2–10.
8. *Бурков В.Н.* Основы математической теории активных систем. – М.: Наука, 1977. – 255 с.
9. *Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К. и др.* Большие системы: моделирование организационных механизмов. – М.: Наука, 1989. – 246 с.