

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ ХЕРСТА ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КУРСОВ АКЦИЙ

Сизых Д.С., Буданова Н.А., Сизых Н.В.

*Институт Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
(НИУ ВШЭ),*

Россия, г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20

D.Sizykh@gmail.com, natabu2000@gmail.com, sizykh_n@mail.ru

Аннотация: Исследована возможность повышения точности прогноза курсов акций за счет применения показателя Херста как дополнительного показателя к данным современных методов прогнозирования. Получено подтверждение эффективности применения показателя Херста как дополнительного по оценке риска, что позволяет повысить надежность прогнозных данных в крупномасштабных инвестиционных системах. Проведенное исследование (более 50 компаний за период 2016-2021 года) подтвердило, что применение коэффициента Херста способно улучшить получаемые результаты прогнозирования котировок акций.

Ключевые слова: методы прогнозирования временных рядов, показатель Херста, котировки акций, инвестиционные системы.

Введение

Существенную часть информационного обеспечения современных инвестиционных систем составляют прогнозные данные. Поскольку эффективность принимаемых на их основе управленческих решений зависит именно от соответствия полученного прогноза действительности, то значимость развития методологии и инструментария для прогнозных оценок является актуальной. Что касается развития различных инвестиционных систем, то особое значение имеет прогнозирование котировок ценных бумаг. Как отмечают аналитики фондового рынка, современные методы и инструменты прогнозирования курсовой стоимости акций фондового рынка не обладают приемлемой эффективностью [2,3,5,10]. Инвестиционные процессы требуют использования все новых, более эффективных и универсальных способов управления ценными бумагами на фондовом рынке. Для этих целей достаточно часто используются и совершенствуются различные модели технического анализа. Современные алгоритмы машинного обучения упростили возможность аналитикам совершенствовать модели для прогнозирования цен акций.

Котировки акций представляют собой сложный нестационарный и неоднородный временной ряд, подверженный влиянию большого количества разнообразных факторов, как внутренних, так и внешних, от процессов внутри компании до политических событий и природных явлений. При этом во временном ряду котировок акций можно выделить тренд, сезонность и множество критических переходов, то есть резких скачков, после которых цена на акцию ведет себя непредсказуемым образом. Прогнозирование котировок акций является сложной задачей, поэтому постоянно ведется поиск новых методов и моделей, усовершенствование уже применяемых, а также – поиск и анализ различных показателей и коэффициентов, которые повышают могут повысить точность прогнозных данных.

В настоящее время существует множество различных методов, которые применяются для анализа и прогнозирования будущих значений цен акций. Шах с соавторами провели анализ наиболее распространенных методов, используемых для определения прогнозирования курса акций и разработали собственную классификацию [5]. Были выделены следующие группы методов: статистические, распознавание образов, машинное обучение, анализ тональности текста и гибридные методы. Поскольку методы машинного обучения, в частности алгоритмы классического машинного обучения и нейронные сети, получили широкое распространение и для прогнозирования котировок акций.

Качественным решением многих проблем в области прогнозирования котировок ценных бумаг и оценки рынка может быть фрактальный анализ. Его практическое применение часто игнорируется трейдерами и инвесторами. Однако, в настоящее время имеются данные исследований, указывающие на то, что фрактальный анализ временных рядов помогает эффективно оценить наличие и стабильность тренда на рынке. Но, при этом следует отметить, что практических исследований по применению в прогнозировании рыночных процессов коэффициента Херста недостаточно. Коэффициент Херста является одним из основных значений фрактального анализа и имеет возможность повысить эффективность прогнозных данных при анализе временных рядов.

Целью проведенного исследования являлось изучение возможности применения коэффициента

Херста для повышения информативности современных методов прогнозирования курсов акций, в частности методов машинного обучения, при принятии решений в управлении инвестиционными системами. Наиболее востребовано решение данного вопроса различными автоматизированными системами на фондовых рынках, автоматизированными системами для консультаций инвесторов, робоэдвайзерами и пр.

Данное исследование является продолжением и дополнением ранее полученных данных по использованию показателя Херста для прогнозирования курсов акций [6]. При этом исследованы возможности эффективного применения показателя Херста для повышения точности прогноза при применении современных методов машинного обучения.

1 Показатель Херста в анализе временных рядов

В общем случае коэффициент Херста показывает, насколько долговременную память имеет временной ряд. Это связано с автокорреляциями временных рядов и скоростью, с которой они уменьшаются по мере увеличения запаздывания между парами значений. Показатель Херста (Hurst) определяет случайность характера изменений уровней временного ряда, а, значит, может характеризовать трендовость. Показатель Херста называют «индексом зависимости» или «индексом дальнодействующей зависимости».

Показатель Херста или постоянная Херста или коэффициент Херста используется в анализе временных рядов для установления персистентности временного ряда. Впервые был предложен гидрологом Гарольдом Эдвином Херстом [12]. Рассчитав данный коэффициент Херст смог обнаружить закономерность в, казалось бы, случайном процессе приливов и отливов реки Нил и благодаря полученным результатам способствовал строительству водохранилища достаточного объема для обеспечения водой местного населения даже в засушливые периоды.

Данный показатель показывает, как сильно значения временного ряда в прошлом влияют на его значения в будущем.

Чтобы оценить показатель Херста, необходимо выразить масштабированный диапазон на временном интервале наблюдений. Для этого временной ряд полной длины разбивается на ряд более коротких временных рядов, и для каждого из меньших временных рядов рассчитывается масштабированный диапазон.

В литературе предложен ряд оценок показателя Херста. Основными являются: анализ масштабированного диапазона (R/S analysis) [12], бестрендовый флуктуационный анализ (DFA) [6], локальная оценка Уиттла [8] и вейвлет-анализ [9].

Анализ масштабированного диапазона. Анализ R/S был введен самим Херстом для оценки минимальной пропускной способности плотины. R/S анализ — один из первых методов оценки показателя Херста. Хотя многие оценки экспоненты Херста обладают лучшими статистическими свойствами, чем оценка R/S, это простой метод, который быстро вычисляется.

Показатель Херста H рассчитывается как:

$$R/S = (aN)^H,$$

отсюда:

$$H = \frac{\log(R/S)}{\log(aN)},$$

где

H — коэффициент Херста;

S — стандартное отклонение уровней временного ряда;

R — величина накопленного отклонения;

N — значение количества анализируемых временных периодов;

a — константа, которая эмпирическим путем была рассчитана для рядов на небольшой период времени и составила 0.5.

Э. Найманом была предложена формула для расчета показателя Херста для данных с малым числом наблюдений: [12]

$$H_T = \frac{\lg\left(\frac{R}{S_T}\right)}{\lg\left(\pi * \frac{N}{2}\right)} (-0,0011 * \ln(N) + 1,0136)$$

Значения коэффициента Херста изменяются в интервале от 0 до 1. При этом:

- если $0 < H < 0.5$ – имеется антиперсистентный временной ряд, для которого более вероятно смена предыдущего направления;
- если $H = 0.5$ – имеется стохастический временной ряд, для которого возможна любая смена направления;
- если $0.5 < H < 1$ – имеется персистентный временной ряд, для которого смена предыдущего направления наименее вероятно [2,7].

Таким образом, можно определять случайность характера изменений уровней временного ряда для прогнозных показателей, а это имеет отношение к анализу трендовости.

Чаще всего для оценки показателя Херста финансовых временных рядов используются R/S и DF анализы, при этом R/S анализ используется для стационарных временных рядов, то есть временных рядов с постоянным математическим ожиданием и дисперсией, а DF анализ для нестационарных временных рядов. Кроме того, что показатель Херста полезен для оценки тренда или сходимости к среднему, он также помогает отследить критические переходы во временных рядах. Это полезно в прогнозировании цен на акции, так как умение предсказать критический переход означает возможность для инвестора вовремя вложить или вывести деньги для максимизации его прибыли.

Относительно исторического анализа практического применения показателя Херста в процессах прогнозирования на фондовом рынке, можно отметить следующее. Ванг и Гу [8] использовали данные фондового рынка Шэньчжэня и классифицировали их на две подсерии по критерию даты реформы, а их поведение в масштабе изучалось с использованием DFA. Используя скользящее окно, они обнаружили, что фондовый рынок Шэньчжэня становится все более и более эффективным, анализируя изменение показателя Херста.

Юань и другие [9] проанализировали дневную доходность Шанхайского фондового индекса с использованием метода DFA и обнаружили, что существует два разных типа источников мультифрактальности во временных рядах, а именно распределения вероятностей с толстыми хвостами и нелинейные временные корреляции. Выяснилось, что при резком росте и падении индекса цен акций сильная изменчивость отчетливо характерна для обобщенных показателей Херста. Они использовали меры, основанные на обобщенных показателях Херста, для сравнения финансовых рисков рынка.

Йу и другие [10] использовали метод бестрендового анализа флуктуаций (DFA) для определения долгосрочной корреляции и свойств масштабирования суточных рядов осадков в Пекине с 1973 по 2004 гг. до и после добавления различных трендов к исходным рядам.

Однако в этих исследованиях отсутствует прямая связь между показателем Херста и прогнозированием финансовых временных рядов. Митра [3] в своем исследовании оценил полезность показателя Херста для прогнозирования финансовых временных рядов. Было установлено, что коэффициенты корреляции большинства рядов положительны и в некоторых случаях статистически значимы. Эти наблюдения подтверждают мнение о том, что показатель Херста можно использовать для измерения характеристик тенденций в финансовых временных рядах. Чтобы выяснить прямое влияние показателя Херста на торговую прибыль, автор дополнительно классифицировал каждую 60-дневную меньшую серию на основе их значений показателя Херста. И хотя результаты в некоторых случаях были не очень очевидны, в целом, ряды, показывающие более высокое значение показателя Херста, приносят более высокую торговую прибыль.

Различные инструменты, разработанные техническими аналитиками, пытаются уловить зависимость будущей стоимости от прошлой стоимости. Показатель Херста и доход коррелируют, и поэтому коэффициент Херста можно использовать в качестве меры для определения целесообразности использования технического анализа. Показатель Херста сам по себе может не иметь никакой силы для определения направления тренда, но предполагается, что правила обнаружения тренда дают лучшие результаты в периоды высокого показателя Херста. Поэтому важно знать значение показателя Херста для временного ряда котировок акций перед тем, как приступить к прогнозированию.

2 Практические результаты: оценка эффективности применения коэффициента Херста для прогнозирования курсов акций

Для изучения и обоснования эффективности показателя Херста в прогнозировании был разработан план исследований и разработана модель, которая анализирует временной ряд, используя показатель Херста и затем производит прогноз.

Для экспериментальных исследований были выбраны следующие методы технического анализа и модели:

1. Статистический метод: ARIMA и ESM.
2. Метод машинного обучения: LSTM.

В качестве метрики качества прогноза будет использоваться корень среднеквадратичной ошибки (Root Square Mean Error – RMSE) и средняя абсолютная процентная ошибка (Mean Absolute Percentage Error – MAPE).

Для сравнения качества прогнозов различных моделей и оценки показателя Херста были исследованы акции ведущих IT компаний, телекоммуникационных компаний (всего более 50 компаний). Данные по курсам акций взяты с фондовых бирж. Предпочтение отдавалось наибольшим биржам, на которых котировались акции данных компаний. Разработка производилась в среде Google Colab на языке программирования Python версии 3.7.13 с использованием библиотек Pandas, NumPy, Matplotlib, Fathon, Keras.

В качестве предварительного этапа для практического анализа применения коэффициента Херста для прогнозирования курса акции был выполнен предварительный анализ временного ряда, а именно вычислен ряд характеристик временного ряда, таких как математическое ожидание, эксцесс, асимметрия, а также амплитуда (размах) колебаний, среднее квадратическое отклонение, линейный коэффициент вариации, колеблемость по абсолютной величине, коэффициент вариации, коэффициент колеблемости, коэффициент устойчивости, индекс устойчивости, коэффициент осцилляции, коэффициент Спирмена, коэффициент стабильного роста котировок акций, критерий Кенделла и сам показатель Херста. Данные значения относятся к мерам раннего предупреждения. Непостоянное математическое ожидание, например, указывает на наличие тренда и, соответственно, нестационарность временного ряда. Эксцесс – это мера схожести данных с нормальным распределением, а асимметрия – это мера смещения распределения значений временного ряда.

Некоторые результаты анализа продемонстрированы на примере анализа прогнозирования котировок акций компании Google.

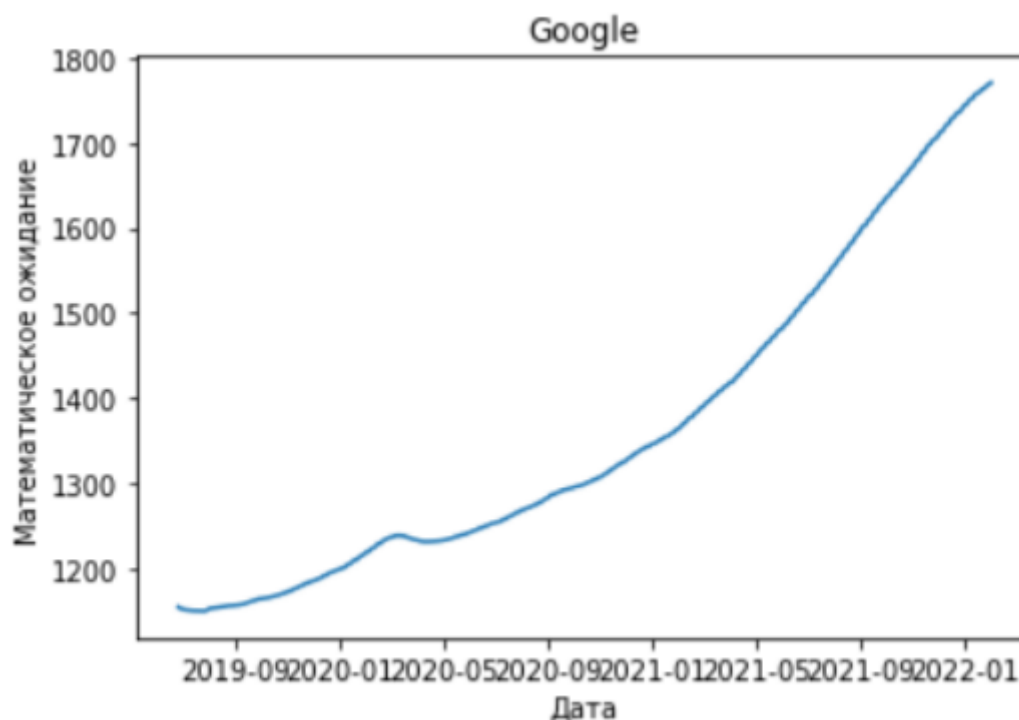


Рис. 1. Кумулятивная функция математического ожидания на примере акций компании Google

Как видно на рисунке 1, котировки Google имеют непостоянное математическое ожидание, соответственно временной ряд является нестационарным.

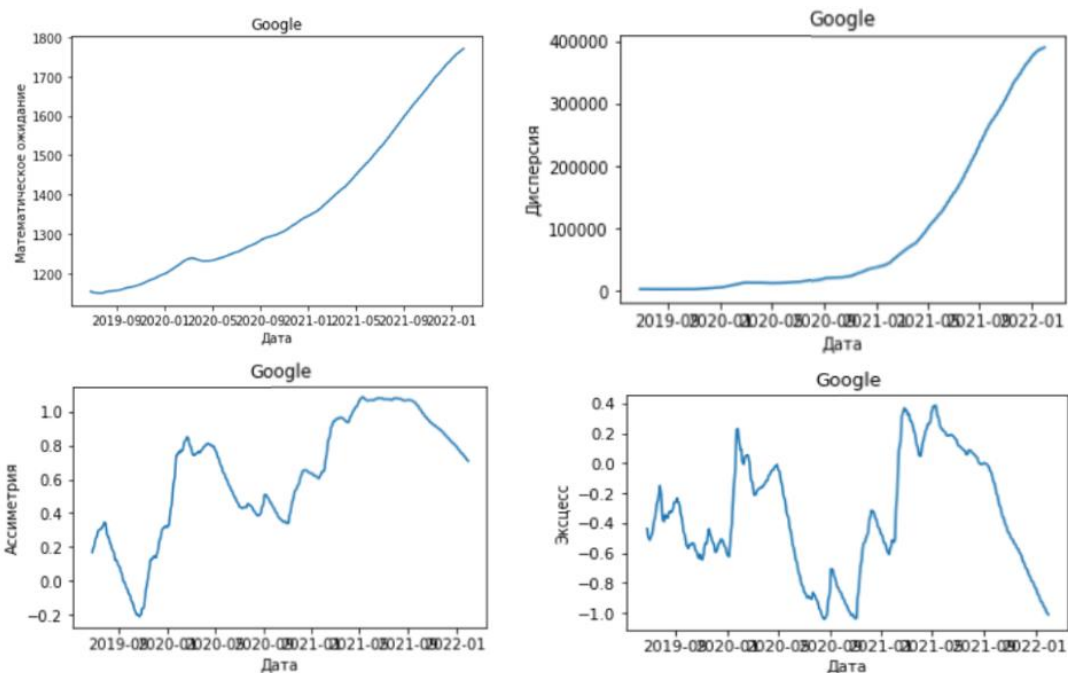


Рис. 2. Математическое ожидание, дисперсия, асимметрия и эксцесс для котировок акций компании Google

В момент резких скачков на графиках кумулятивных функций асимметрии и эксцесса происходил критический переход, поэтому расчет этих показателей помогает более детально совершить предварительный анализ временного ряда.

Экспериментальное вычисление показателя Херста проводилось с помощью R/S и DF анализов. Бестрендовый флуктуационный анализ известный как дисперсия остатков или метод Пенга, DFA был введен Пенгом и другими [7], чтобы предоставить доказательства долгой памяти последовательностей дезоксирибонуклеиновой кислоты (ДНК). DF-анализ похож на график дисперсии, но вместо предположения о стационарности из каждого блока вычитается подобранный линейный тренд. Следовательно, DFA менее чувствителен к тренду, отображаемому в данных.

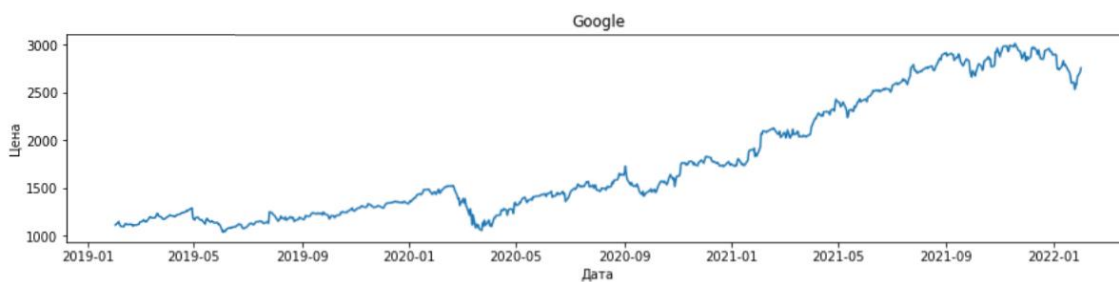


Рис. 3. Котировки акций Google

Коэффициент Херста 0.4770

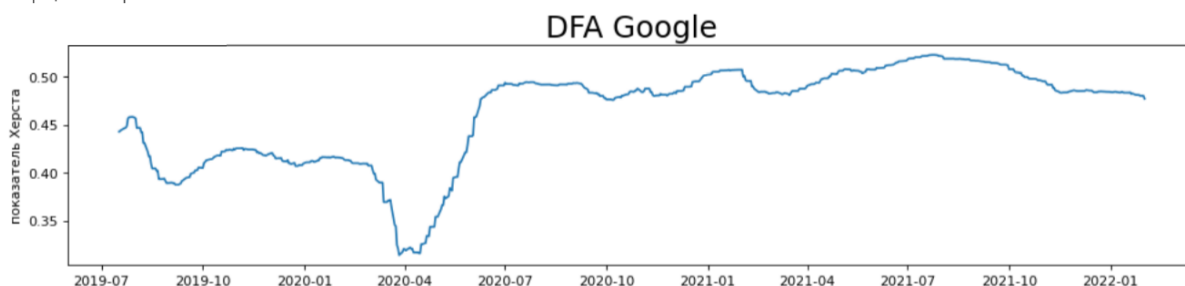


Рис. 4. Результаты DF-анализа, кумулятивный показатель Херста

Когда показатель Херста временного ряда выходит на плато (достаточно долго держится примерно на одном значении), можно ожидать критического перехода. Например, на рисунке 4 видно, что

примерно с начала 2020 года до марта 2020 года показатель Херста для акций компании Google находился на плато. Это подтверждается тем, что в марте 2020 года наблюдается критический переход и цена на акции резко падает. Похожую ситуацию можно увидеть, посмотрев на график показателя Херста с июля по сентябрь 2020 года, где он находится на плато, а затем прослеживается четкий критический переход с резким падением в сентябре 2020 года.

В рамках предыдущих исследований был сделан вывод, о том, что коэффициент Херста можно использовать в качестве меры для определения целесообразности использования технического анализа. Значения показателя Херста, полученные экспериментальным путем с помощью DF-анализа, для акций некоторых ведущих IT компаний представлены в таблице 2.

В рамках данного исследования по результатам подбора гиперпараметров и прогноза, были получены следующие значения метрики качества MAPE:

Таблица 1. Оценка качества прогноза модели LSTM на примере ведущих IT компаний

Компания	Значение MAPE
Яндекс	1,37%
Ozon	0,92%
ВК	1,02%
HeadHunter	1,45%
Циан	0,70%
Amazon.com	0,93%
Google	1,11%
Microsoft	0,76%
Taiwan Semiconductor	1,62%
Baidu	1,05%

Таблица 2. Значения коэффициента Херста и метрики MAPE для некоторых IT компаний.

Компания	Значение MAPE	Показатель Херста (DFA)
Яндекс	1,04%	0,473
Ozon	0,89%	0,499
ВК	0,96%	0,474
HeadHunter	1,24%	0,412
Циан	0,64%	0,746
Amazon.com	0,92%	0,514
Google	1,03%	0,477
Microsoft	0,73%	0,484
Taiwan Semiconductor	1,56%	0,447
Baidu	0,94%	0,502

По данным таблицы видно, что в большинстве случаев для данных с более высоким показателем Херста, прогноз получался более эффективным. Это подтверждает предположение Митра [3] о том, что методы прогнозирования дают лучшие результаты в периоды высокого показателя Херста.

Как видно, почти все значения близки к 0,5, так как цены на котировки акций – это независимый процесс. Выделяется высокое значение показателя Херста для акций компании Ozon. Это связано с тем, что Ozon начал продавать свои акции относительно недавно, а именно в октябре 2020 года. Поэтому для этой компании имеется очень мало исторических данных, соответственно хотя и берется маленький размер окна, начальная точка все равно сильно сдвинута вправо.

Проведен дополнительный анализ более 15 показателей, характеризующих динамические особенности временного ряда котировок акций выбранных компаний. Был проведен факторный анализ, который позволил выделить следующие основные четыре фактора:

- F1 – фактор колебаний котировок, характеризующийся средним квадратическим отклонением, который объясняет 38% общей дисперсии.
- F2 – фактор стабильного роста, характеризуется коэффициентом стабильного роста котировок акций, который объясняет 23,1% общей дисперсии.
- F3 – фактор устойчивости, характеризующийся коэффициентом устойчивости, который объясняет 15,3% общей дисперсии.
- F4 – показатель Херста, который объясняет 13,5% общей дисперсии.

Факторные нагрузки примерно одинаковые.

Следует отметить, что практически по всем рассмотренным временным периодам и компаниям, показатель, характеризующийся коэффициентом Херста выделялся в отдельный фактор.

Таблица 3. Пример повернутой матрицы компонент факторного анализа по четырем факторам по данным котировок IT компаний за 2020 год

Показатели	Компонент			
	Фактор 1	Фактор 2	Фактор 3	Фактор 4
Среднее квадратическое отклонение	,011	,023	,999	,025
Коэффициент устойчивости	-,134	,160	,035	,973
Коэффициент стабильного роста	,988	-,077	,023	-,138
Показатель Херста	-,087	,983	,035	,155

Таким образом, массив ключевых показателей динамических характеристик котировок акций IT компаний включает четыре основных показателя.

Таким образом, в рамках проведенных исследований был сделан вывод, о том, что коэффициент Херста можно использовать в качестве меры для определения целесообразности использования технического анализа.

Анализ полученных значений показал, что большинство интернет-компаний и телекоммуникационных (примерно 60%) имеют значение Херста более 0.5, но данный показатель снижается в кризисный период. Таким образом, можно прийти к заключению, что рынок акций компаний является фрактальным, а значит, использование стандартного статистического анализа является проблематичным. Чем выше значение показателя Херста, тем меньше «шум», больше персистентность и более явные тренды. Эти данные указывают, что рынком учитывается некоторое время полученная информация, и это влияние со временем ослабевает. Что касается показателя вероятности смены предыдущего направления временного ряда котировок акций, то было установлено, что для одной прогнозной точки данная зависимость выполняется на более, чем 90%, для второй прогнозной точки – вероятность более 70%, далее данная зависимость резко снижается. Таким образом, использовать данный показатель при оценке прогноза на длительный период не представляется возможным.

При анализе динамических показателей временных рядов курсов акций был подтвержден ранее установленный авторами факт того, что показатель Херста практически не взаимосвязан с показателями Спирмена и Кендела, а значит не оценивает трендовость (корреляция отрицательная и составляет от -4% до -5%). Данное исследование еще раз подтвердило, что взаимосвязь показателя Херста и прогнозных показателей ряда котировок акций носит стохастический характер. Длина горизонта прогнозирования, для которого можно использовать показатель Херста достаточно мала и, по видимому, она может значимо отличаться для иных временных рядов и в зависимости от разных временных периодов. Константу Херста можно использовать только как меру риска при прогнозировании по временным рядам. Таким образом, использование фрактального анализа позволяет повысить эффективность прогнозирования и принятия последующих решений. Значения метрики средней абсолютной процентной ошибки, были сопоставлены с показателем Херста. Было подтверждено, что имеется корреляция между значениями показателя Херста и прогнозной точностью. Это доказывает важность оценки показателя Херста при предварительном анализе.

Данное исследование может быть полезно не только для частных инвесторов и инвестиционных компаний, которым оно поможет максимизировать прибыль при торговле на бирже, но и для компаний-эмитентов, так как позволит оценить ситуацию и правильно разработать бизнес-стратегию.

Литература

1. *Cebraill C, Turk J.* Comparison of Daubechies wavelets for Hurst parameter estimation // Elec Eng & Comp Sci. 2010.
2. *Clegg, R. G.* A Practical Guide to Measuring the Hurst Parameter // International Journal of Simulation: Systems, Science & Technology. 2004.
3. *Mitra S. K.* Is Hurst Exponent Value Useful in Forecasting Financial Time Series? // Institute of Management Technology, Nagpur, India, 2010.
4. *Moody J., Wu L.* Price Behavior and Hurst Exponents of Tick-By-Tick // Proceedings of Conference on Computational Intelligence for Financial Engineering. 1995.

5. *Shah D., Isah H., Zulkernine F.* Stock Market Analysis: A Review and Taxonomy of Prediction Techniques //International Journal of Financial Studies. – 2019. – Т. 7. – №. 2. – С. 26.
6. *Sizykh D., Sizykh N.* Application of the Hurst exponent for the stock prices forecasting in investment systems management, in: 2019 Twelfth International Conference "Management of large-scale system development" (MLSD). Piscataway, New Jersey, USA: IEEE, 2019. P. 1– 3.
7. Stanley H.E., Kantelhardt J.W.; Zschiegner S.A.; Koscielny-Bunde E.; Havlin S.; Bunde A. // Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series, 2002.
8. *Wang, Y., Liu, Li, & Gu, R.* Analysis of efficiency for Shenzhen stock market based on multifractal detrended fluctuation analysis. // International Review of Financial Analysis, 18, 2009, 271– 276.
9. *Yuan, Y., Zhuang, X., & Jin, X.* Measuring multifractality of stock price fluctuation using multifractal detrended fluctuation analysis. // Physica A, 388, 2009, 2189-2197.
10. *Yue, J., Zhao, X., & Shang, P.* Effect of Trends on Detrended Fluctuation Analysis of Precipitation Series. // Mathematical Problems in Engineering, 2010.
11. *Кузнецов С.Б., Гладковский О.П.* Фрактальный анализ котировок ВТБ // Сибирская Академия Государственной Службы. 2010.
12. *Мандельброт Б.* Фрактальная геометрия природы. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2010. 656 с.
13. *Некрасова И.В.* Показатель Херста как мера фрактальной структуры и долгосрочной памяти финансовых рынков // Южный федеральный университет. 2015.
14. *Осинов Г.С.* Оценка фрактальности финансовых временных рядов с помощью показателя Херста // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. – 2017. – №4. – С. 46– 52.
15. *Петерс Э.* Хаос и порядок на рынках капитала. – М.: Мир, 2000.