

МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАФИКА НА ПЕРЕКРЕСТКЕ В ФОРМЕ ГИБРИДНОЙ СИСТЕМЫ С РЕКУРСИВНЫМИ СВЯЗЯМИ

Валуев А.М.

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН

Россия, г. Москва, ул. Бардина, д. 4

valuev.online@gmail.com

Аннотация: Сформулирована общая модель безопасного трафика через регулируемый перекресток с заданной дорожной организацией. Модель конкретизируется на основе заданной корректной модели следования за лидером, регулярным образом доопределяемой на всевозможные ситуации при проезде перекрестка. Описан рекурсивный способ расчета совокупности траекторий транспортных средств.

Ключевые слова: регулируемый перекресток, управление, схема пофазного разъезда, микроскопические модели транспортных потоков, гибридные системы, вычислительные эксперименты.

Введение

Использование математического моделирования для исследования и решения проблем, связанных с дорожным движением, имеет широкое распространение. Для ряда возникающих задач имеется некоторый положительный опыт применения отдельных и разных форм моделей трафика, так что не приходится рассчитывать на то, что какая-то модель, или, лучше сказать, какой-то подход к моделированию станет бесспорно преобладающим и вытеснит остальные.

Регулируемые перекрестки, связующие основные городские магистрали и другие улицы, несущие основной объем трафика, имеют огромное значение для дорожного движения в городских дорожных сетях (ГДС) крупных городов. Решение задач организации и управления движением через регулируемые перекрестки должно опираться как на знание текущей дорожной обстановки и тенденций ее развития, так и на адекватное предсказание влияния управления на транспортные потоки. В части первого последние годы отмечены значительными успехами в развитии и применении инфокоммуникационных технологий, последнее же требует дальнейшего развития математического моделирования трафика и решения с его помощью задач оптимизации управления.

Моделирование транспортных потоков на перекрестках в целом не получило широкого распространения, о чем свидетельствует обзорная монография [1], в которой данная тема практически не раскрыта. Рассматривая разные подходы к моделированию трафика, отметим, что макроскопические подходы, основанные на гидродинамической аналогии, не получили заметного использования применительно к дорожному движению на перекрестках ввиду того, что они предполагают значительное осреднение по пространству и времени, что не позволяет передать динамику движения в ограниченных областях перекрестков. Кроме того, они ограниченно пригодны для этой цели и по той причине, что не могут представить транспортный процесс как случайный.

Однако и известные формы микроскопических моделей применительно к трафику на перекрестке далеко не равноценны по своим возможностям. Модели, представляющие транспортный процесс в форме случайных потоков [2–4], являются феноменологическими и не могут непосредственно учитывать влияние изменений в организации дорожного движения и значения параметров светофорного регулирования. Транспортный процесс представлен моментами немногих характерных событий, чего в определенных целях (прогноза) могло бы быть достаточно, но не для перекрестков сколько-нибудь сложной структуры, содержащими разветвляющиеся или сливающиеся трассы (последняя черта является почти обязательной).

Наиболее точно выражают условия движения отдельных транспортных средств (ТС) микроскопические модели, в основе которых лежит «модель следования за лидером», представляющее движение каждого автомобиля (преследователя) в зависимости от движения предшествующего (лидера) с помощью комбинации обыкновенных дифференциальных уравнений и функциональных взаимосвязей (дифференциально-функциональных уравнений). В обзорной монографии выдвигаются следующие требования к таким моделям:

«Модель следования за лидером является полной, если она способна описать все ситуации, включая ускорение и крейсерскую скорость в свободном движении, при следовании за другими транспортными средствами в стационарных и нестационарных ситуациях, а также приближающиеся медленно или стоящие транспортные средства и [действие] красного сигнала светофора» [1, с. 158]. Заметим, что в перечне таких ситуаций отмечены не все важные для проезда перекрестка случаи. Однако анализ моделей, как представленных в монографии, так и других, показывает, что

сформулированная цель не достигается ни одной из них, т.к. они не описывают с необходимой полнотой ни возникновение самих ситуаций, ни переход от одной ситуации к другой в движении отдельных транспортных средств.

В настоящей работе предлагается новый подход к достижению сформулированной выше цели применительно к дорожному движению на перекрестке, основанный на комбинации трех элементов. Первый представляет собой общую модель безопасного и отвечающего правилам дорожного движения на регулируемом перекрестке, в которой допускаются любой технически осуществимый выбор управления по ускорению каждым водителем. Эта модель представляет дорожное движение на перекрестке как событийно-переключаемый процесс — класс гибридных систем. Нужно подчеркнуть, что такая форма модели в задачах управления движением имеет давнюю историю [5], хотя на возможности ее применения в моделировании дорожного трафика было обращено внимание лишь недавно [6, 7], а первый опыт применения к движению через перекресток относится к еще более недавнему времени [8].

Далее, на основе общей модели и выбранной модели следования за лидером строится конкретная модель, в которой предполагается, что водитель стремится при соблюдении условий безопасности и правил дорожного движения двигаться по выбранной трассе на перекрестке максимально быстро, применяя, когда это требуется, закон управления, установленный выбранной моделью следования за лидером. Наконец, вводится порядок для расчета траекторий отдельных транспортных средств по этой конкретной модели, который предусматривает рекурсивное определение очередности, в которой происходит расчет участков траекторий транспортных средств, основываясь на приоритетах, устанавливаемых естественным образом. Этот порядок включает определение момента времени, начиная с которого конкретное транспортное средство должно двигаться в одном из альтернативных режимов движения (например — тормозить или продолжать двигаться в прежнем режиме); он же определяет и выбор среди этих альтернатив. Нам представляется, что этот порядок выбора режима такой же, как и у водителей (исключая наименее опытных и наименее дисциплинированных), которые реализуют его на основе интуитивного восприятия локальной транспортной обстановки.

Предлагаемый порядок расчета трафика гарантирует его соответствие условиям безопасности и ограничениям, вытекающим из организации и управления дорожным движением на перекрестке, формальным выражением которых служит его общая модель.

1 Структура и организация дорожного движения на регулируемом перекрестке и условия безопасности

Организация движение на перекрестке, также как на всех основных городских улицах, предусматривает разделения дорожного полотна на полосы. Эти полосы, однако, могут разветвляться и соединяться, а также пересекаться в области перекрестка. Ввиду того, что перестроение между смежными полосами на перекрестке практически невозможно, при моделировании трафика на перекрестке представляет интерес лишь продольное движение транспортных средств по полосам. Поэтому положение автомобиля достаточно характеризовать положением его осевой линии на оси полосы. Разрешенные трассы движения через перекресток представляют собой оси полос или их последовательности. На трассах есть характерные точки — конфликтные точки их пересечения, слияния и разветвления (для них далее используются аббревиатуры КТП, КТС и КТР), а также точки пересечения со стоп-линиями, которые для краткости далее называются просто стоп-линиями (СЛ). Существуют сложные перекрестки с внутренними стоп-линиями, что имеет большое значение для управления трафиком [9], но в рамках настоящей работы они не рассматриваются, поскольку их наличие не вносит ничего существенного в модель движения автотранспорта на перекрестке, а лишь делает ее формулировку более громоздкой. При моделировании трафика необходимо принять во внимание появление и накопление ТС перед стоп-линией, а также участок движения после точки слияния. В связи с этим границы перекрестка на каждой трассе устанавливаются перед СЛ (точка входа) и после последней конфликтной точкой (точка выхода).

СЛ, КТП, КТС и КТР, а также точки входа и выхода определяют узлы ориентированного графа перекрестка, а участки трасс между узлами — его дуги. Организация движения включает разделение трасс между фазами светофорного цикла — так называемую *схему пофазного разъезда* (СПР) [10], при которой на одной фазе не допускается проезд через каждую КТП по нескольким направлениям. Слияние потоков по разным трассам в КТС для каждой фазы также нежелательно, но иногда допускается. Точки пересечения и слияния, проезжаемые на фазе только по одному направлению, считаются *неактивными* в качестве конфликтных точек на данной фазе. Однако, как было отмечено [11], неактивная конфликтная точка может становиться активной в начале некоторой фазы — когда

такую точку еще не проехали все ТС, начавшие движение на предыдущей фазе, но головное ТС на проходящей через нее трассе, начавшее движение на новой фазе, уже может достигнуть этой точки, но вынуждено тормозить. Такие ситуации необходимо учесть при моделировании.

Условия безопасности и организационные ограничения делятся на постоянно действующие и переключаемые. К постоянно действующим относится ограничение на скорость, причем ее максимальное допустимое значение может зависеть от положения автомобиля (при прохождении сильно искривленных участков трассы максимальная скорость определяется требованиями безопасности). Кроме того, условие отсутствия столкновений и опасных сближений выражается в том, что расстояние между задним бампером автомобиля и передним бампером следующего за ним по трассе (который в этом случае называется *преследователем*, а предшествующий автомобиль — *лидером*) не меньше минимального допустимого зазора; это условие должно выполняться всегда для всех пар лидер–преследователь.

Переключаемые ограничения относятся к стоп-линиям и конфликтным точкам. Действие светофора выражается условием: скорость автомобиля на стоп-линии в течение красной фазы равна нулю. Таким образом, исключается проезд стоп-линии автомобилем, ближайшим к ней на момент включения красного света, а следом за ним и остальных, в течение всей красной фазы. Для активной КТП или КТС переключение ограничения связано с изменением его состояния с «занята» на «свободна». Такое событие происходит в момент достижения очередным автомобилем передней границы окрестности такой точки, когда она свободна, и переводит ее из свободной в занятую. Наоборот, после того, как задний бампер занимавшего конфликтную точку автомобиля достиг ее задней границы, она переходит из занятой в свободную в случае, если ни один автомобиль не ожидал проезда этой точки; в противном случае точка остается занятой, но уже другим автомобилем.

Перечисленные условия совместно с уравнениями динамики автомобилей, техническими и психофизиологическими ограничениями на выбор ускорения и некоторыми формальными требованиями (попятное движение автомобилей не допускается) полностью определяют модель безопасного дорожного движения на перекрестке в самом общем виде, без каких-либо предположений о том, как водители управляют своими автомобилями, за исключением требования безопасного вождения. Дополнительные предположения относительно законов управления, действительно обеспечивающих соблюдение всех сформулированных условий безопасности и притом максимально интенсивное движение на перекрестке, рассматриваются ниже.

2 Дорожное движение на регулируемом перекрестке как событийно-переключаемый процесс

Вводимая здесь модель представляет дорожное движение на перекрестке как гибридную динамическую систему, т.е. процесс, характеризующийся смешанной дискретно-непрерывной динамикой — а конкретнее, *событийно-переключаемый процесс*. Такого рода математические объекты были введены на абстрактном уровне [12] или применительно к задачам управления проектами [13]; однако первая конкретная модель такого рода была введена как раз для задачи управления движением еще в 1966 г. [5]. В ее общей формулировке переключения на заданном периоде моделирования $[T_{p0}, T_{p1}]$, происходящие в заранее не заданные моменты времени $T(1), \dots, T(N-1)$, и величины $T(0)=T_{p0}, T(N)=T_{p1}$, служат временными границами этапов — l -й этап занимает временной интервал $[T(l-1), T(l)]$. В течение каждого этапа дискретные переменные состояния (d -переменные) сохраняют свои значения, а фазовые переменные (x -переменные) изменяются непрерывно, подчиняясь соответствующим обыкновенным дифференциальным уравнениям, параметрами которых могут быть d -переменные. Набор компонент фазового вектора $x(t, l)$ — $I_X(l) = I_{XD}(d(l))$, векторов качественного состояния $d(l)$ — $I_D(l)$ и управления $u(t, l)$ — $I_U(l) = I_{UD}(d(l))$ может изменяться от этапа к этапу. Аргумент l фазового вектора подчеркивает, что в момент окончания этапа может измениться его размерность, как и значения некоторых компонент. Непрерывная динамика в течение этапа определяется уравнениями

$$dx_i(t, l) / dt = f_i(d(l), x(t, l), u(t, l)), \quad i \in I_X(l). \quad (1)$$

Этап заканчивается моментом $T(l)$ наступления после $T(l-1)$ первого события $q(l)$ из множества $J_{QD}(d(l))$ по условию

$$r_{Qq(l)}(d(l), x(T(l), l), T(l)) = 0, \quad (2)$$

а его результатом является изменение некоторых компонент векторов качественного состояния и

фазового вектора. Остальные компоненты сохраняют свои значения:

$$d_i(l+1) = D_{q(l)i}(d(l)), i \in I_{D_{q(l)}}(d(l)), \quad d_i(l+1) = d_i(l), i \notin I_{D_{q(l)}}(d(l)), \quad (3)$$

$$x_i(T(l), l+1) = X_{j(l)i}(d(l), x(T(l), l), T(l)), i \in I_{X_{j(l)}}(d(l)), \quad (4)$$

$$x_i(T(l), l+1) = x_i(T(l), l), i \notin I_{X_{j(l)}}(d(l)). \quad (5)$$

Возможные ограничения, накладываемые на управления и фазовые переменные событийно-переключаемого процесса (1)–(5), будут рассмотрены далее для конкретных условий.

Перейдем к конкретной формулировке. Для начала отметим, что автомобили на каждом участке трассы, не содержащем стоп-линий и точек ветвления и слияния (однородном участке), могут быть занумерованы в порядке их появления или начального расположения на участке, причем эта последовательность расположения автомобилей не изменяется, пока они находятся на данном участке. Кроме того, каждая транспортная единица имеет не изменяющийся в процессе движения индивидуальный номер p , с которым связываются определенные значения параметров автомобиля и вождения. Транспортная единица, находящаяся на однородном участке трассы с номером r и получившая на нем порядковый номер i , имеет постоянный индивидуальный номер $p(r, i)$. Для определения маршрута движения p -й ТЕ в случае разветвления трасс задаются номера участка трассы, на который она переходит в точке ветвления — $NEXT(p, r)$. Такие же величины для удобства вводятся для указания на следующий участок трассы после текущего для вообще всех случаев.

К моменту начала моделируемого периода на участке трассы с номером r либо отсутствуют ТС (в этом случае порядковый номер первого $F_r(1)$ и последнего $L_r(1)$ для данного участка трассы равны нулю), либо имеются в количестве $L_r(1) > 0$. Тогда $F_r(1) = 1$ и для находящихся на трассе автомобилей определены их индивидуальные номера $p(r, i)$, $i = F_r(1), \dots, L_r(1)$, положения их передних бамперов $s(r, i, T(1))$, $i = F_r(1), \dots, L_r(1)$, отсчитываемые вдоль трассы от начала участка, и продольные скорости $v(r, i, T(1))$, $i = F_r(1), \dots, L_r(1)$. В течение любого (l -го) этапа динамика ТС определяется обычными уравнениями

$$ds(r, i, t)/dt = v(r, i, t), \quad dv(r, i, t)/dt = a(r, i, t), \quad (6)$$

где ускорения должны удовлетворять ограничениям

$$-b_{\max p(r, i)} \leq a(r, i, t) \leq a_{\max p(r, i)}. \quad (7)$$

Ограничения (7), зависящие от параметров транспортной единицы с индивидуальным номером $p(r, i)$, принципиально можно заменить на более сложные. Однако для этого нужно знать особенности конкретной модели автомобиля, что нереально для задач моделирования городского транспортного потока, всегда разнородного. В состоянии неподвижности это условие фактически заменяется на

$$0 \leq a(r, i, t) \leq a_{\max p(r, i)}, \quad (7a)$$

однако в силу формальных трудностей его использования ограничение (7a) не вводится, а накладывается общее ограничение неотрицательности скорости для всех находящихся в пределах перекрестка транспортных средств (на множестве всех участков трасс R), что формально выражается как

$$v(r, i, t) \geq 0, \quad i = F_r(l), \dots, L_r(l), \quad t \in [T(l-1), T(l)], \quad l = 1, \dots, N, \quad r \in R. \quad (8)$$

Положения транспортных средств на трассах должны постоянно удовлетворять условию отсутствия опасного сближения (с заданным минимальным промежутком Δs_{\min} между корпусами предшествующего и следующего автомобиля):

$$s(r, i+1, t) \leq s(r, i, t) - LEN(s(r, i)) - \Delta s_{\min}, \quad i = F_r(l), \dots, L_r(l)-1, \quad t \in [T(l-1), T(l)], \quad l = 1, \dots, N, \quad r \in R. \quad (9)$$

Для множества R_0 входных участков трасс задаются последовательности входящих ТС со значениями их индивидуальных номеров, моментов входа и начальных скоростей — $p(r, i)$, $T_0(r, i)$, $v(r, i, T_0(r, i))$, $i = L_r(1)+1, \dots, M_r$, $r \in R_0$. При этом естественным образом определяется

$$s(r, i, T_0(r, i)) = 0, \quad i = L_r(1)+1, \dots, M_r, \quad r \in R_0, \quad (10)$$

а моменты появления должны удовлетворять условиям типа (9), а именно

$$0 \leq s(r, i, T_0(r, i+1)) - LEN(s(r, i)) - \Delta s_{\min}, \quad i = L_r(1), \dots, M_r-1, \quad r \in R_0. \quad (11)$$

Сам же вход нового автомобиля в область перекрестка означает событие, начинающее очередной ($l+1$)-й этап, которое выражается единственным изменением $L_r(l)+1$

$$L_r(l+1)=L_r(l)+1. \quad (12)$$

Наоборот, *разрешенный переход* через конечную точку участка по условию

$$s(r,i,t)=RLEN_r, i=1, \dots, M_r, \quad (13)$$

(дополнительные условия разрешенного перехода формулируются ниже) также означает начало очередного $(l+1)$ -го этапа и изменения, описываемые цепочкой соотношений

$$F_r(l+1)=i+1, q=NEXT(p(r,i),r), j=L_q(l)+1, L_q(l+1)=j, \quad (14)$$

$$p(q,j)=p(r,i), s(q,j,t)=0, v(q,j,t)=v(r,i,t). \quad (15)$$

Если же условие (12) выполнено, но переход в данный момент не разрешен, то он происходит с теми же последствиями (14)–(15) в момент, с которого он становится разрешенным. Это относится к случаям задержки на стоп-линиях и активных (активизированных) конфликтных точках.

Переход ТС на новый участок трассы через СЛ является допустимым только на зеленый свет, что формально обеспечивается переключаемым ограничением на скорость автомобиля в момент достижения им окрестности стоп-линии; на красных фазах эта скорость должна быть равна нулю, вне красных фаз — не превышать разрешенной безопасной скорости на следующем участке трассы. Будем считать, что начальный момент моделируемого периода совпадает с началом первого светофорного цикла и, следовательно, начинает его первую фазу. Обозначим количество фаз в цикле N_{TLC} , продолжительность j -й фазы $T_{ph}(j)$. Соответственно суммарную продолжительность фаз одного цикла обозначаем T_{TLC} . Введем в качестве d -переменной номер фазы с начала моделируемого периода $n_{ph}(l)$; тогда число завершившихся циклов для l -го этапа $n_{TLC}(l)$ и номер текущей фазы цикла $j_{ph}(l)$ равны

$$n_{TLC}(l)=\lfloor (n_{ph}(l)-1)/N_{TLC} \rfloor, j_{ph}(l)=n_{ph}(l)-N_{TLC}n_{TLC}(l). \quad (16)$$

Введем также в качестве x -переменной время с начала текущей фазы $t_{ph}(t,l)$; оно подчиняется уравнениям

$$dt_{ph}(t,l)/dt=1, \quad (17)$$

а в момент выполнения условия

$$t_{ph}(t,l)=T_{ph}(j_{ph}(l)) \quad (18)$$

происходит переход к следующей фазе, выражающийся соотношениями

$$t_{ph}(t,l+1)=0, n_{ph}(l+1)=n_{ph}(l)+1. \quad (19)$$

Другое изменение — возобновление движения автомобилями, ждавшими начала следующей зеленой фазы на стоп-линиях, и его последствия — рассматривается ниже.

Если для некоторой трассы (номер ее входного участка — r) проезд перекрестка разрешен на множестве фаз J_{phr} , то в момент подъезда к ней на красный свет, т.е. в случае, если

$$s(r,i,t)=RLEN_r, r \in R_{SL}, \text{ если } j_{ph}(l) \notin J_{phr}, \quad (20)$$

автомобиль должен остановиться:

$$v(r,i,t)=0. \quad (21)$$

В момент данного события остановившееся ТС переходит в состояние ожидания переключения светофора до момента начала зеленой фазы. Номер этой фазы $n_{phr}(l)$ вычисляется в дополнение к соотношениям (14)–(15).

Для определения условий проезда конфликтных точек можно использовать аналогию с проездом стоп-линии. Можно сказать, что стоп-линия «захватывается» в результате включения красного света, что делает ее проезд невозможным до момента «освобождения» при включении зеленого света. При этом автомобиль, достигший стоп-линии, должен остановиться и ждать момента освобождения — перейти в состояние ожидания. А вот конфликтная точка захватывается проезжающими через нее автомобилем и освобождается, когда его проезд завершен. При этом возможны разные ситуации. Через точки пересечения и точки слияния, которые неактивны на текущей фазе, должны сначала проехать автомобили с предыдущей фазы и тем самым освободить ее. Автомобили, начавшие движение на новой фазе, обладают более низким приоритетом для проезда конфликтной точки. Поэтому если головное ТС кластера текущей фазы может достигнуть точки до момента ее освобождения всеми автомобилями с предыдущей фазы, проезд является неразрешенным и это ТС должно остановиться на задней границе окрестности точки. Это событие выражается аналогично соотношениям (20)–(21), только через другую d -переменную, передающую состояние захвата. Освобождение же конфликтной точки происходит в момент, когда задний бампер захватившего ее ТС достигает передней границы точки. Но если в этот момент ожидают проезда конфликтной точки

два автомобиля, один с предыдущей фазы и один с текущей, то приоритет отдается первому, а второй остается в состоянии ожидания. Если же конфликтная точка свободна, ее захватывает тот автомобиль, который достиг ее первым. А при одинаковом приоритете двух сливающихся трасс, что имеет место, когда точка слияния активна на текущей фазе для обеих, из двух ожидающих ее проезда автомобилей первым проезжает ее тот, который достиг ее первым. Для того, чтобы выразить сформулированные на содержательном уровне условия, вводится ряд d -переменных: признаки занятости конфликтных точек, номера ожидающих ее проезда автомобилей и номера участков трасс, по которым они подъехали (при их отсутствии эти величины равны нулю), наконец, временной порядок подъезда этих ТС.

Все перечисленные взаимосвязи, определяющие проезд конфликтных точек, выражаются довольно большим набором соотношений, который в силу своей громоздкости здесь не приводится. По своему виду, однако, эти соотношения не отличаются от приведенных выше (13), (19)–(21) и не меняют формы модели, вполне определяемой набором соотношений (6)–(21).

3 Моделирование дорожного движения в области регулируемого перекрестка на основе предположений о выборе водителями управления своими автомобилями

Приведенная в предыдущем разделе модель, выражаемая соотношениями (6)–(21) и подобными им, описывает общие возможности для выбора управления, которое обеспечивает безопасность и соблюдение правил всеми участниками дорожного движения. Дорожная обстановка в ней характеризуется набором возможных последовательностей появления автомобилей на входах трасс и их характеристик, которые можно вероятностным образом породить («разыграть»), основываясь на заданных интенсивностях потоков по направлениям проезда перекрестка и составом входных потоков в смысле распределения в них существующих типов транспортных единиц. Организация движения и параметры светофорного регулирования входят в модель явным образом. Тем не менее, сама по себе она не создает возможности прогнозирования показателей прохождения входящих транспортных потоков через перекресток, поскольку не содержит способов определения управления водителями.

Напротив, практически все исследования в области «микроскопического» моделирования транспортного потока как динамической системы сосредоточиваются на том, чтобы правдоподобно выразить закон управления, которым руководствуются водители в типичных условиях. Эти условия, на самом деле, не охватывают весь набор ситуаций, с которыми сталкиваются водители и особенно недостаточны для представления трафика на перекрестке. В связи с этим и не было создано никаких целостных моделей в форме динамических систем для этой цели. Тем не менее, имитационное моделирование трафика в разных условиях имеет широкое распространение, но оно основано на комбинации таких локальных моделей и неформализованных интуитивных соображений. Вместе с тем такие локальные модели могут и должны служить составными элементами целостных моделей трафика.

В основу формального представления движения последовательности транспортных средств по дорожной полосе лежит концепция «следования за лидером». Она представляет движение каждого ТС («преследователя») в зависимости от движения предыдущего («лидера»). В полной мере такое представление соответствует связанному движению; оно определяется дифференциальными уравнениями с наложенными на них функциональными связями, позволяющими определить управление по ускорению преследователя в зависимости от движения лидера. Таким образом, движение описывается системой дифференциально-функциональных уравнений, но только локально во времени и пространстве. Эта локальность, в применении к единичному ТС определяется двумя условиями: 1) лидер остается прежним; 2) для ТС-преследователя отсутствует необходимость тормозить или, напротив, начинать движение вне связи с движением лидера. Но второе условие, а во многих случаях и первое, не выполняется для большой доли ТС в процессе проезда ими области регулируемого перекрестка, поскольку необходимость начинать движение или, наоборот, снижать скорость до нуля связана не с движением лидера, а с переключениями светофора. Оно также может вызываться приближением к конфликтной точке, занятой автомобилем, движущимся по другой трассе или, наоборот, при событии ее освобождении таким ТС. Кроме того, разветвление полосы на самом перекрестке, определенное структурами многих перекрестков или, наоборот, слияние трасс, проходимых на одной и той же фазе (менее распространенный, но также возможный случай) приводит к смене лидера соответственно в точке ветвления или слияния дорожных полос. Наконец, к смене лидера и самого состава потока приводит пересечение автомобилями границ области перекрестка, определенной в соответствии с задачами моделирования.

Даже при рассмотрении движения автомобиля за одним и тем же лидером по полосе без перестроения и в отсутствие светофорного регулирования управление состоит в сравнительно длительном использовании стандартных режимов с короткими и быстрыми переходами между разными режимами, которые при достижимой точности данных уместно считать мгновенными. Так, в модели «умного водителя» (Intelligent driver model — IDM [1, с. 187–191]) плавность изменения ускорения по формуле

$$\dot{v} = a \left[1 - (v/v_0)^\delta - (s^*(v, \Delta v)/s)^2 \right] \quad (22)$$

где «желательное расстояние» вычисляется по формуле

$$s^*(v, \Delta v) = s_0 + \max\{0, vT + v\Delta v / (2\sqrt{ab})\},$$

в которой используются перечисленные в Табл. 1 параметры, утрачивается, если под v_0 понимать не умозрительную «желательную» скорость, а установленную максимальную, если последняя, как это нередко бывает в городских условиях, меняется на новом участке трассы. В этом случае реально умный водитель, чтобы не нарушить ПДД, начнет тормозить заранее, меняя тем самым закон управления. Такое водительское поведение, но уже мотивированное стремлением к безопасной езде, как раз характерно для проезда перекрестка, при котором прохождение прямых участков трассы может сменяться крутым поворотом. Переход от одного ко второму означает смену режима равномерного движения или поддержания минимального безопасного расстояния до лидера на режим снижения скорости.

Таблица 1. Параметры модели IDM [1]

Параметры модели	Типичное значение для шоссе	Типичное значение для ГДС
Желательная скорость v_0	120 км/ч	54 км/ч
Временной промежуток T	1.0 с	1.0 с
Минимальный промежуток s_0	2 м	2 м
Показатель степени δ	4	4
Ускорение a	1.0 м/с ²	1.0 м/с ²
Комфортное торможение	1.5 м/с ²	1.5 м/с ²

Итак, известные модели следования за лидером [1, 14] в задачах моделирования движения через перекресток, как и в большинстве других приложений, могут считаться только составным элементом полной модели. Они описывают динамику отдельных транспортных средств между моментами переключений, т.е. качественных изменений характера движения или локальной транспортной обстановки, включая переключения светофоров или достижения транспортным средством каких-либо важных рубежей на трассе. Общая модель типа (6)–(21), как раз определяющая логику переключений всевозможных элементов дорожной сети перекрестка — как стоп-линий, так и конфликтных точек, возникновение и исчезновение очередей, позволяет доопределить законы управления, которыми правдоподобно могут руководствоваться водители во всех типичных ситуациях, обеспечивая максимально быстрый и безопасный проезд перекрестка. Это может быть сделано при определенном ниже рекурсивном порядке вычислений, который, однако, в проекции на управление отдельным автомобилем не требует осознания и сравнения сложных альтернатив его водителем и, как представляется, формализует тот образ действий, которого большинство водителей, за исключением малоопытных или агрессивных, придерживаются интуитивно. Более того, предлагаемый режим может быть положен в основу алгоритмов автопилотирования с использованием передачи данных между ближайшими автомобилями.

Для определения закона управления в целом нужно определить набор возможных нормальных режимов движения. Для продольного движения транспортного средства вдоль участка трассы со скоростным ограничением выделяются режимы нормального разгона (P1), равномерного движения с максимальной (или оптимальной для конкретного ТС) скоростью (P2), поддержания минимального безопасного расстояния до лидера — иначе говоря, плотного преследования (P3), нормального торможения (P4) и неподвижности (P5). В моделях следования за лидером явно описывается, однако, только режим (P3) в следующей общей форме, детализирующей уравнения (6) [1, с. 160]

$$dv_F(t)/dt = a_{\text{mic}}(\Delta s_L, v_F, v_L). \quad (23)$$

Наиболее очевидным образом определена динамика ТС в режимах (P2) и (P5), для которых

$$dv(r, i, t)/dt = 0. \quad (24)$$

Реализация режимов нормального разгона и торможения наиболее естественно выглядит в

качестве расширения модели [13], если ускорение разгона и торможения считать постоянным, т.е. полагать для (P1) и (P2) соответственно

$$dv(r, i, t) / dt = a_{\max p(r, i)}, \quad (25)$$

$$dv(r, i, t) / dt = -b_{\max p(r, i)}. \quad (26)$$

Плавность изменения ускорения, требуемую моделью IDM, также можно обеспечить просто путем отбрасывания второго слагаемого в скобках в (22). Однако при том или ином определении законов управления во всех трех режимах необходимо определить и дополнительные моменты переключения — моменты переключения между режимами, обеспечивающих соблюдение ограничений типа (21) в момент наступления событий типа (20). Считая ускорение в режиме торможения зависящим только от скорости, как в формуле (23) (а тем более — константой, как в (26)), отметим, что время снижения скорости до нуля (или до безопасной скорости на повороте) занимает определенное время, зависящее только от начальной и конечной скорости. С другой стороны, координата s места, в котором скорость при торможении окажется равной заданной, монотонно возрастает в зависимости от момента начала торможения, как бы ни двигался автомобиль, поскольку в любом случае он движется не медленнее, чем в режиме торможения. Поэтому при любом принимаемом в конкретной модели режиме торможения, выражающемся постоянным или определенным образом зависящим от текущей скорости значением ускорения торможения, можно однозначно определить момент начала торможения, в результате которого ТС снизит скорость до требуемой величины в требуемом месте. Из сказанного вытекает, что не только время снижения скорости с текущей величины v_1 до требуемой v_2 есть определяемая по модели режима торможения зависимость $\Delta T_{\text{brake}}(v_1, v_2, p)$, но и для проходимого при этом расстояния есть аналогичная зависимость $\Delta s_{\text{brake}}(v_1, v_2, p)$. Поэтому для определения момента начала торможения в целях достижения требуемой скорости в точке с координатой s_2 определяется из уравнения

$$s(r, i, t) + \Delta s_{\text{brake}}(v(r, i, t)_1, v_2, p) = s_2. \quad (27)$$

Как уже отмечалось, левая часть (27) монотонно возрастает по t при движении в любом режиме, кроме режима торможения. Таким образом, условие (27) определяет многообразие переключения, как и для других переключений в общей модели вида (6)–(21). Но в модели с конкретно заданными законами управления для всех перечисленных режимов уравнения движения (6) приводятся к виду, в которых управления для каждого автомобиля становятся функциями фазовых координат его самого и лидера, а также текущего режима движения

$$\ddot{x}_i = U_i(\Delta x_i(t), \dot{x}_i(t), \dot{x}_{L(i,t)}(t), \ddot{x}_{L(i,t)}(t), j(i, t)), \quad (28)$$

где $\Delta x_i(t)$ — расстояние между задним бампером лидера и передним бампером преследователя, равное (в предположении, что лидер и преследователь находятся на одной и той же трассе) $x_{L(i,t)}(t) - x_i(t) - l_{L(i,t)}$ (здесь $l_{L(i,t)}$ — длина ТС-лидера). Основные требования к закону управления состоят в том, что они гарантируют выполнения условий общей модели (6)–(21) в отношении отсутствия опасного сближения и столкновения преследователя с лидером и отсутствия попятного движения. Для модели [14], доопределенной естественными для них соотношениями (24)–(26), это наиболее легко устанавливается. В таком случае можно говорить о корректности закона управления. Отсутствие столкновений при прохождении конфликтных точек вытекает из условий, не допускающих их занятия до их освобождения ранее проезжавшим их автомобилем.

Для полного определения модели с заданным законом управления нужно определить все условия переключений между режимами. Смена режима происходит в следующих случаях: с (P1) на (P2) — при достижении оптимальной скорости

$$\dot{x}_i(t) = v_{i \text{ ОПТ}}(x_i(t)), \quad (29)$$

с (P1) или (P2) на (P3) — при сокращении расстояния до минимального безопасного

$$\Delta x_i(t) = S_{\text{SAFE}}(\dot{x}_{L(i,t)}(t), \dot{x}_i(t)). \quad (30)$$

Смена режима с (P1), (P2) или (P3) на (P4) происходит в перечисленных далее случаях в момент, после которого при нормальном торможении скорость снижается до заданной (нулевой или максимальной безопасной) на соответствующем рубеже (СЛ, границе окрестности КТП или КТС, точке начала поворота). Условия (27) для этого события сформулированы выше. При этом для случаев, кроме последнего, необходимость такого снижения зависит от рассчитываемого времени достижения этого рубежа: если этот рубеж — внутренняя СЛ, то при условии достижения его на

красной фазе; если окрестность КТП или КТС — при условии, что эта конфликтная точка занята автомобилем, достигшим ее по другой трассе. В этом и состоит рекурсивный характер определения наступления таких событий — вычисляются траектории в предположении о сохранении прежнего режима и если на ней произойдет нарушение ограничений, производится возврат и расчет в предположении, что в вычисленный момент смена режима произойдет.

При этом для предстоящей возможной ситуации остановки у стоп-линии на красный свет траектория ТС рассчитывается в зависимости от траектории лидера на той же трассе, для остановки перед условно-неактивной КТП или КТС — в зависимости от траекторий транспортных средств с предыдущей фазы, двигавшихся по проходящей через конфликтную точку трассе. Однозначность расчета обеспечивается приоритетами ТС, определяемыми номером фазы, на которой они пересекли свою стоп-линию. Наконец, для активной КТС сопоставляются пробные траектории конкурирующих за ее прохождение ТС с разных трасс, сливающихся в КТС.

Режим (P2) меняется на (P1) при достижении конца поворота или после того, как предыдущее ТС прошло КТР и перешло на трассу, отличную от трассы текущего ТС, режим (P4) на (P2) при достижении начала поворота и на (P5) при достижении стоп-линии или границы окрестности КТП или КТС. Режим (P5) меняется на (P1) на СЛ при включении зеленого света или на границе окрестности КТП при ее освобождении предыдущим ТС и на (P3) в момент окончания проезда КТС предыдущим ТС.

Следующая последовательность рисунков (Рис. 1) показывает в несколько утрированном виде процесс проезда временно активизируемой точки слияния двумя последовательными кластерами в течение периода, заканчивающегося переключением светофора на красный свет на стоп-линии для второго кластера.

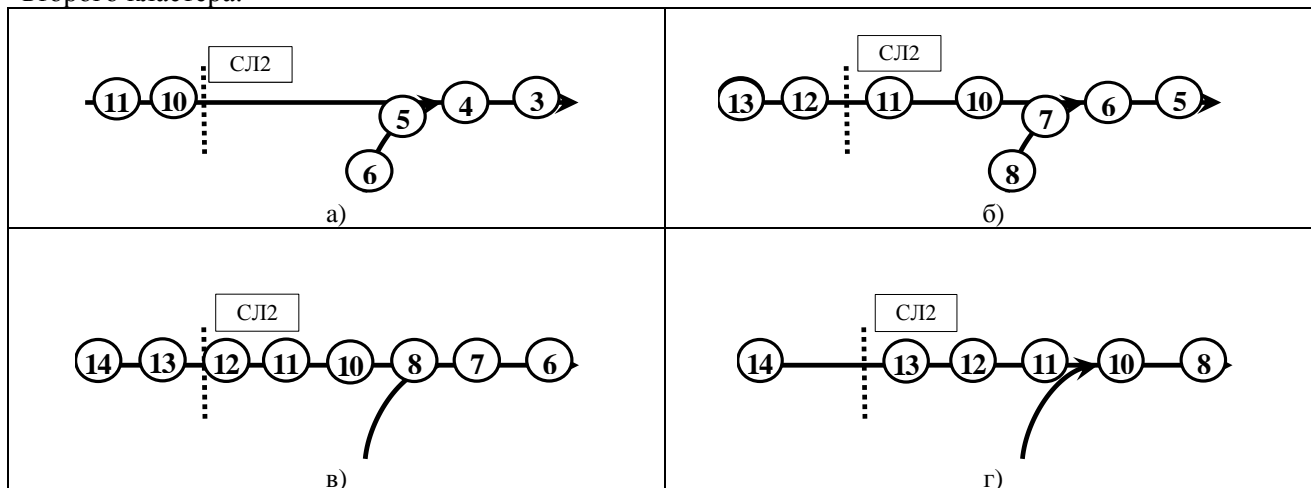


Рис. 1.

Детализированная модель с применением в ней корректного закона управления, заданного для каждого режима, при использовании охарактеризованного выше рекурсивного порядка расчетов дает совокупность траекторий движения всех изначально имевшихся и появляющихся на входах перекрестка транспортных средств на весь период моделирования. Достаточными условиями для этого являются безопасность исходного положения (может быть охарактеризована условиями на начальные положения и скорости) и входного потока (может быть охарактеризована условиями на начальные скорости и моменты входа).

Соответствие же рассчитываемого потока реальности должно обеспечиваться реалистичностью принимаемых в модели законов управления, их параметров для выделяемых по характеристикам автомобилей и стилю вождения типов транспортных единиц, а также правильностью воспроизведения состава потоков в отношении распределения в них этих типов транспортных единиц. Все эти аспекты постепенно могут быть отлажены при расчете конкретных транспортных ситуаций и сопоставлении результатов расчетов с данными наблюдения. Но после такой отладки можно будет с уверенностью пользоваться верифицированной и параметрически идентифицированной моделью, построенной и рассчитываемой предложенным способом, в качестве инструмента прогнозирования дорожных ситуаций.

В то же время при предложенном подходе источником ошибок не может быть произвольная интерпретация взаимодействия между передвижениями близлежащих автомобилей и между автомобилями и транспортной инфраструктурой, что является обычным явлением при агентном

моделировании процессов, в т.ч. и транспортных.

Заключение

Потребность в прогнозировании развития текущей дорожной обстановки в крупном городе и результатов выбора определенных значений параметров ее регулирования является весьма острой из-за сохраняющейся остроты транспортных проблем. Возможности получения актуальной информации путем мониторинга транспортных потоков быстро возрастают, но нельзя рассчитывать на то, что путем экстраполяции данных, полученных для конкретного участка ГДС, можно прогнозировать ближайшее будущее на этом участке. Это связано и со стохастическим характером городского трафика и со сложной и не сводящейся к немногим стандартным конструкциям структурой дорожной сети и дорожной организацией на ней, что в особенности касается регулируемых перекрестков.

Математическое моделирование может служить инструментом решения таких проблем и фактически давно им является, хотя успехи не столь велики и в основном ограничиваются локальными применениями. Во многом это связано с недостаточной методической разработанностью и умозрительным характером большинства моделей. Эта проблема известна давно, но продвижение в ее решении недостаточно. Стоит подчеркнуть, что отсутствует единый общепризнанный принцип построения моделей трафика, а определенные достижения имеются на путях использования моделей совершенно разных типов.

По одному из возможных путей идут и исследования, последние результаты которых отражены в данной работе. Преимущество использования для моделирования дорожного движения на перекрестке моделей микроуровня, представляющих транспортный поток в виде динамической системы, которая позволяет определять траектории всех движущихся транспортных средств, признается в обзорной монографии [1]. Представление такой системы как гибридной введено в область моделирования городского трафика недавно, но оно идет в развитие давних моделей управления движением [5]. На наш взгляд, оно наиболее точно передает логику взаимодействия потоков на разных направлениях движения, а также взаимодействия потоков с системой управления, в особенности на регулируемых перекрестках городских магистралей. В этой связи в работе введена в такой форме общая модель безопасного и не нарушающего правила трафика на перекрестке. Показано, как именно в эту модель могут быть встроены известные корректные модели следования за лидером, которые до сих пор служат основой микромоделирования дорожного движения. Модель дополняется рекурсивным способом выбора из набора альтернатив при проезде отдельным автомобилем выделенных мест на своем маршруте — стоп-линий и конфликтных точек пересечения и слияния трасс. Эти альтернативы реально стоят перед водителями; нам представляется, что предлагаемый порядок расчета отвечает реальной интуитивной логике опытных водителей и может быть также реализован в автопилотах.

Результативность применения модели зависит, разумеется, не только от самой модели, но и от точности отражения в ней реальных зависимостей и значений множества параметров. Мы не рассматриваем вопросы параметрической идентификации моделей, т.к. это является самостоятельной проблемой. Но наш подход сводит вопрос адекватности модели к правильной передаче в ней элементарных ситуаций, а именно: 1) следования автомобиля по дорожной полосе за предшествующим на минимальном безопасном расстоянии от него, 2) разгона, как правило, из состояния неподвижности и 3) торможения для остановки или снижения скорости до требуемой. Поскольку эти ситуации не зависят от конкретного места, а только от геометрии трасс (и, в качестве параметра, состояния дорожного покрытия) и типа транспортной единицы, можно рассчитывать, что установленными зависимостями и значениями параметров можно будет пользоваться повсеместно. В этом мы видим достоинство универсальных моделей, которые могут быть применены без специальной адаптации к широкому кругу ситуаций одного класса, которые, тем не менее, могут различаться множеством индивидуальных черт. Такой класс составляют регулируемые перекрестки — их проезд, дорожная организация и светофорное регулирование подчиняются одним и тем же принципам, в то время как структуры и геометрия путей различны и многообразны.

Литература

1. *Treiber M., Kesting A.* Traffic Flow Dynamics: Data, Models and Simulation. – Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. – 503 p.
2. *Живоглядов В.Г.* Теория движения транспортных и пешеходных потоков. Ростов н/Д: Известия вузов Сев.-Кавк. региона, 2005. – 1082 с.
3. *Babicheva T.S.* The use of queuing theory at research and optimization of traffic on the signal-controlled road

- intersections // *Procedia Computer Science*. Vol. 55. 2015. – P. 469-478.
4. *Афанасьева Л.Г., Булинская Е.В.* Математические модели транспортных систем, основанные на теории очередей // *Труды МФТИ*. Т. 2, 2010. № 4 (8). – С. 6-21.
 5. *Величенко В.В.* О задачах оптимального управления для уравнений с разрывными правыми частями // *Автоматика и телемеханика*. Т. 27. 1966, №. 7. – С. 20-30.
 6. *Валуев А.М.* Моделирование транспортных процессов в формализме гибридных систем // XII Всероссийское Собрание по проблемам управления ВСПУ-2014. Москва, 16-19 июня 2014 г.: Труды. – С. 5033-5043.
 7. *Ерёмин В.М.* Концептуальная модель функционирования системы ВАДС как основа компьютерной имитации // САПР и ГИС автомобильных дорог. 2014, № 1 (2). – С. 90-93.
 8. *Valuev A.M.* Modeling of the Transport Flow through Crossroads with Merging and Divergence Points // *Proceedings of 2018 Eleventh International Conference “Management of Large-Scale System Development” (MLSD)*. IEEE Xplore Digital Library, 2018, 8551915. – P. 1-3.
 9. *Соловьев А.А., Валуев А.М.* Проблема оптимизации управления перекрестком с многостадийным прохождением транспортных потоков // *Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD’2020): труды Тринадцатой междунар. конф., 28-30 сентября 2020 г., Москва / под общ. ред. С.Н. Васильева, А.Д. Цвиркуна; М.: ИПУ РАН, 2020. – С. 1107-1116.*
 10. Методические рекомендации по проектированию светофорных объектов на автомобильных дорогах. М.: Федеральное дорожное агентство (Росавтодор), 2013. – 69 с.
 11. *Solovyev A.A., Valuev A.M.* Optimal Synthesis Method for Signalized Intersection of Urban Highways with Route Branching // *2021 14th International Conference Management of large-scale system development (MLSD)*. IEEE Xplore Digital Library, 2021, 9600152. – P. 1-5.
 12. *Варайя П., Куржанский А.Б.* Задачи динамики и управления в гибридных системах // *Теория управления и теория обобщенных решений уравнений Гамильтона - Якоби: Тр. Междунар. семинара, посв. 60-летию акад. А.И. Субботина, Екатеринбург, Россия, 22-26 июня 2005 г.: в 2 т. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2006. Т.1. – С. 21-37.*
 13. *Valuev A.M.* A new model of resource planning for optimal project scheduling // *Mathematical Modelling and Analysis*. Vol. 12. 2007, № 2. – P. 255-266.
 14. *Gipps P.G.* A behavioural car-following model for computer simulation // *Transportation Research Part B: Methodological*. Vol. 15. 1981, № 2. – P. 105-111.