

## О НЕКОТОРЫХ ВОПРОСАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ПОДХОДОВ К ОБУЧЕНИЮ В РОССИЙСКОЙ СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Гончар Д.Р., Юрезанская Ю.С.

*Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН,  
Россия, г. Москва, ул. Вавилова, д. 44, кор. 2  
trpl@ya.ru, july@ccas.ru*

*Аннотация: Предложенная ранее автором укрупнённая модель сравнения различных концепций обучения (культуросообразной и природосообразной) в обязательной средней школе дополнена учётом обратной связи по здоровью учащихся, что позволяет перейти от соответствующего моделирования школы «в моменте» к моделированию её во временной динамике.*

Ключевые слова: обязательная средняя школа, культуросообразность обучения, природосообразность обучения, влияние выбранной концепции обучения на учебные успехи и здоровье учащихся.

### Введение

В СССР в предвоенное время (1930-е годы) в условиях недостатка кадров технических специальностей, в том числе для оборонной промышленности, в обязательной средней школе были приняты упрощённые (временные) подходы ускоренной массовой подготовки кадров соответствующего направления на основе единых нормативов (стандартов) на учебные способности учащихся без особой оглядки на некоторые издержки такого обучения. Соответствующие подходы, берущие начало, в частности, в прусской педагогике XIX века и оформленные проф. Л.С. Выготским и его товарищем Т.Д. Лысенко как культуросообразная теория обучения, были поддержаны руководством ВКП(б), а указанные деятели совместно представлены партийным руководством к членству в АН СССР [1–2].

При общей нехватке педагогически грамотных учителей и небольшой продолжительности обязательного обучения в школе тех лет (3–5 классов в 30–40-е годы) издержки этого подхода были не столь заметны и отчасти оправдывались упомянутыми чрезвычайными обстоятельствами. Однако с постепенным ростом числа лет обязательного обучения в средней школе (до 7-го, потом 8-го, позже – 10-11 класса) издержки уравнительного подхода в обязательном обучении стали всё более заметны.

Причём в старших классах «общеобразовательной» школы доля учебных «предметов», более требовательных к составу и величине учебных способностей учащихся, заметно возрастает и опытным путём во многих странах мира (включая и сталинский СССР) многие руководители обязательного (за бюджетный счёт) нарпросвета пришли к заключению, что после окончания 8(9) классов дальнейшее 100% обязательное обучение сколько-нибудь здорового населения по общей программе приводит к более заметным педагогическим и социальным издержкам, чем социальные приобретения от такого вложения сил, времени и средств. Внешне это проявлялось в том, что в сталинском СССР многие годы обучение в 9 и 10-х классах было (умеренно) платным. Заметим, что в современной далеко не бедной Японии подобный подход сохранён и поныне (тот же понятный намёк родителям). Во Франции, после окончания обязательного 9-летнего обучения в школе, желающие окончить старшие классы (где на деле идёт подготовка к вузовским программам) вынуждены сдавать весьма сложные переводные экзамены, которые преодолевают лишь примерно 30% выпускников 9-х классов. Много подобных любопытных подходов применяется и в скандинавских школах, школах США и других стран мира.

Заметим, что многие чиновники советской и постсоветской педагогики старательно умалчивают от российского населения, а где это уже невозможно, нередко искажают до неузнаваемости и чуть ли не до противоположности лучший мировой педагогический опыт. Понятно, что в основе такого отношения лежат как экономические интересы (больше учащихся большее число лет проходит через обязательное обучение, а за учащимися идут и бюджетные средства), так и нежелание осваивать хотя и более совершенные, но и более сложные для понимания и выполнения педагогические и воспитательные технологии (кстати, отнюдь не только зарубежные – передовой по сию пору опыт воспитания и обучения А.С. Макаренко, его сподвижников и последователей, также пренебрегается, в том числе в силу его качественно большей хлопотности и ответственности для воспитателей и педагогов).

Не обсуждая сейчас некоторые частные неточности и накладки иных зарубежных педагогических подходов, отметим как установленный факт, что успеваемость и здоровье учащихся в средней школе в значительной степени зависит от грамотности и степени учёта в технологии обучения состава и величины природных способностей и накопленного опыта учащихся, а также то, что такой учёт вполне возможен и при нынешнем научно-технологическом и экономическом уровне большинства

стран мира (его успешно применял в самые сложные по экономическим обстоятельствам годы и сам А.С. Макаренко) [1–2].

По политическим основаниям, а отчасти также из-за несовершенства научно-методического и технологического обеспечения тех лет, с середины 1930-х годов в СССР и по сию пору в России такой учёт при устройстве школы широко не применяется, что до 1991 года было связано с довлеющими подходами и оценками академиков Л.С. Выготского и Т.Д. Лысенко, тем, что в советское время некоторые области, особенно политика и социальные явления, были, по сути, запрещены для непредвзятого исследования отечественным учёным и для сколько-нибудь заметного обновления практикам, а после 1991 года – в связи с устоявшимся уже обычаями преподавания, а также несовершенством российского законодательства, по которому обязательная школа может очень много требовать с учеников, их родителей и общества в целом, но крайне ограничивает свою ответственность за конечный итог воспитания и обучения учащихся (многим сотрудникам в российской школе, получается, в сиюминутном и в узком смысле этого слова, невыгодно совершенствоваться).

В связи с этим возникает необходимость и целесообразность разработки, дополнения и уточнения математических моделей, более точно оценивающих как достоинства, так и накладки применяемых и альтернативных технологий воспитания и обучения<sup>1</sup> в средней обязательной школе России. Отметим, что идущая цифровизация экономики и социальной жизни населения расширяют спектр доступных технологий в этой области и облегчает условия их применения.

Нельзя сказать, что вопрос моделирования обучения и народного просвещения (в советской трактовке – «образования», в понимании под этим возможности не только усвоения учащимися новых для них знаний, но и столь же оперативного новообразования у учеников соответствующих учебных способностей по предначертанному министерством учебному плану) совсем выпал из поля зрения отечественных исследователей. Но в силу крайней ограниченности в советское время возможности реального выбора в средней школе (уравнительное обучение по стандартам), внимание авторов сосредоточилось преимущественно на общих вопросах оптимизации структуры подготовки и выпуска специалистов для народного хозяйства (см., например, монографии специалистов из ЦЭМИ АН СССР [4] 1972 г., авторов из ИПУ РАН [5] 1998 г. и, в ещё большей степени, над частными вопросами оптимизации учебного плана в вузах (диссертации [6, 7]). Отметим в тоже время появление работы д.п.н. Е. Борисовой [8] 2020 г., где делается попытка рассмотреть влияние на итоги взаимодействия в обучении нескольких сторон (в частности, учителей и инвесторов с разной степени совпадающими интересами).

В предлагаемой ниже статье кратко напоминается ранее предложенная автором укрупнённая модель сравнения применения двух концепций обучения в средней школе (культуросообразной и природосообразной) «в моменте времени» [9], а также предлагается её дополнение, воплощающее обратную связь в модели по здоровью учащихся и позволяющую более точное моделирование учебных явлений в динамике.

## 1 Постановка задачи

### 1.1 Ранее предложенная постановка задачи (в статике)

В данном разделе кратко напоминается предложенная авторами в 2013 году [4] постановка задачи моделирования учёта природных способностей при обучении в статике (в моменте), т.е. без учёта обратной связи по здоровью (доступной энергии для обучения) в динамике.

Даны два учебных предмета, существенно различающихся по требованиям к составу природных способностей учащихся (условно назовём их «лирика» и «физика»). Предположим, что изучение каждого из них требует применения соответствующих природных способностей: физика – 100% по физике, лирика – 100% по лирике. План освоения по физике и по лирике задаётся учебной программой в условных единицах. Предполагается, что если учебный план по данному предмету выполнен, то дальнейшее обучение по нему «в том же подходе» (на том же шаге моделирования) не выполняется.

Для каждого из  $M$  учащихся известна величина доступной жизненной энергии, а состав природ-

---

<sup>1</sup> А.С. Макаренко, вслед за К.Д. Ушинским, ставил воспитание на первое место по значимости до обучения, указывая, что воспитание определяет цель деятельности, а обучение подсказывает лишь более грамотные средства её достижения.

ных способностей ученика задан значением постоянных множителей, показывающих качество затрат энергии (сил) учащегося на освоение учебной единицы по физике и по лирике соответственно.

Требуется определить величину суммарного учебного вклада всех учащихся (т.е. общее количество освоенных всеми учебных единиц, общественную ценность которых по обоим предметам прием равной) при применении следующих стратегий обучения:

1. Уравнительной (культуросообразной) (по *Ф. Гербарту, Т. Лысенко, Л. Выготскому* и др.): учебный план по физике и по лирике одинаков для всех учеников. Данная стратегия исходит из представления, что все итоги обучения, якобы, определяет среда.

2. Природосообразной (*Я. Коменский, Дж. Локк, А. Дистервег, К. Ушинский, А. Макаренко* и др.): здесь предпочтение отдаётся обучению тому предмету, который даётся легче данному учащемуся, другой предмет осваивается по остаточному принципу.

## 1.2 Формулы подсчёта учебного вклада

Примем обозначения:

$enrg[i]$  – энергия ученика  $i$ , доступная для расхода на обучение в целом;

$enrg_m[i]$  – энергия  $i$ -го ученика, доступная для освоения любимого предмета (природосообразный подход);

$enrg_r[i]$  – энергия ученика  $i$ , доступная для обучения после попытки выполнения планки требований по любимому предмету.

$ph\_abil[i]$  – задаёт природные способности (успешность преобразования энергии) ученика  $i$  при обучении по «физике»;

$lir\_abil[i]$  – то же для «лирики»;

$prg\_ph$  – верхний предел требований (задание) учебной программы по «физике»;

$prg\_lir$  – то же для «лирики»;

Расчёт общего учебного вклада учащихся при уравнительном (культуросообразном) подходе

В первой задаче учебный вклад каждого учащегося ( $\Omega[i]$ ) рассчитывается по формуле

$$\Omega[i] = \frac{1}{2} enrg[i] \times ph\_abil[i] + \frac{1}{2} enrg[i] \times lir\_abil[i]. \quad (1)$$

Во второй задаче добавим учёт конечной величины требований учебной программы, и личный вклад учащегося будет вычисляться так:

$$\begin{aligned} \Omega[i] = \min\left(\left(\frac{1}{2} enrg[i]\right) \times ph\_abil[i], prg\_ph\right) + \\ + \min\left(\left(\frac{1}{2} enrg[i]\right) \times lir\_abil[i], prg\_lir\right). \end{aligned} \quad (2)$$

Общий учебный вклад вычисляется посредством суммирования по числу учащихся  $M$ .

Расчёт общего учебного вклада учащихся при природосообразном подходе.

Моделируется идеальный случай, когда каждому ученику дают возможность сначала заниматься по программе любимым предметом, а всем прочим – по остаточному принципу.

В этом случае:

$$\begin{aligned} & \text{if } (ph\_abil[i] > lir\_abil[i]) \quad // \text{ Физики} \\ & \quad \{ \text{if } (enrg[i] \times ph\_abil[i] \leq prg\_ph) \\ & \quad \quad \quad enrg_m[i] = enrg[i], \quad enrg_r[i] = 0, \quad \} \\ & \quad \text{else } \{ enrg_r[i] = enrg[i] \times ph\_abil[i] - prg\_ph \\ & \quad \quad \quad enrg_m[i] = enrg[i] - enrg_r[i]; \} \\ & \Omega[i] = enrg_m[i] \times ph\_abil[i] + // i - й вклад \\ & \quad + \min(enrg_r[i] \times lir\_abil[i], prg\_lir); \} \end{aligned} \quad (3)$$

```

else { //lirics
  if ( $enrg[i] \times lir\_abi[i] \leq prg\_lir$ ) {
     $enrg\_m[i] = enrg[i]$ ,  $enrg\_r[i] = 0$ ; }
  else {  $enrg\_r[i] = enrg[i] \times lir\_abi[i] - prg\_lir$ ,
     $enrg\_m[i] = enrg[i] - enrg\_r[i]$ ; }
 $\Omega[i] = enrg\_m[i] \times lir\_abi[i] + \min(enrg\_r[i] \times ph\_abi[i], prg\_ph)$ ; }

```

## 2 Дополнение в модели обратной связи по здоровью учащихся

Одним из главных доводов сторонников природосообразной концепции обучения (учитывающей состав и величину природных способностей учащихся при планировании обучения) состоит в том, что многолетнее принуждение учащихся к систематическим занятиям по единым уравнивающим программам теми учебными предметами, к которым у учеников нет ни природных способностей, ни соответствующего опыта и навыков, ни интереса, приводит к неоправданным затратам сил и здоровья учащихся, не сопровождаемым при этом заметными учебными успехами. С месяцами и годами таких занятий возникают психосоматические, а затем – и физические заболевания, неизбежно падает нравственность и дисциплина в школе, увеличивается число и тяжесть правонарушений среди школьников, в том числе и по отношению к себе (суициды) и т.д.

И обратно – если учащимся предоставляется возможность разумного и ответственного выбора больше заниматься тем, что у них лучше получается и что им больше интересно, то выигрывают все – и сами учащиеся (меньше тратят сил и при этом больше усваивают интересных им знаний из предлагаемых школой) и общество в целом.

### 2.1 Постановка задачи (в динамике)

Моделировать динамику здоровья учащихся (в связи с разными концепциями обучения в школе) предлагается на основании следующих допущений.

На каждом шаге моделирования (к примеру, очередного учебного дня) подводятся балансы расхода и восстановления сил учащихся. При этом предполагается, что учащийся в силу разных обстоятельств может на текущем шаге моделирования потратить и несколько больше сил, чем ему (ей) удастся восполнить по окончании учебного дня

В первом приближении возможность постепенной тренировки (и детренировки) восстановительной способности учащихся можно опустить (считать их заданными величинами – константами).

### 2.2 Подсчёт учебного вклада при уравнительном подходе

Примем обозначения:

$M$  – общее число учащихся;

$N$  – общее число учебных предметов (курсов);

$enrg\_max[i]$  – максимально возможный запас сил ученика  $i$  (своего рода максимальная ёмкость заряда батарейки  $i$ );

$enrg\_min[i]$  – уровень запаса сил  $i$ -го ученика, ниже которого дальнейшее обучение прекращается;

$enrg[i]$  – текущий запас сил ученика  $i$ , доступный для расхода на обучение;

$prg [j]$  – верхний предел требований (на «отлично») учебной программы по предмету  $j$ ;

$cpd [i][j]$  – успешность преобразования сил ученика  $i$  при освоении единицы учебных требований (заданий) по предмету  $j$  (своего рода КПД  $i$  при обучении по  $j$ ), зависит как от природных способностей, так и от приобретённого опыта и навыков ученика  $i$ . Будем полагать значение этой величины в полуинтервале (0; 1].

$req [i][j]$  – верхний предел требований учебной программы по предмету  $j$ , выраженный в энергетических затратах для ученика  $i$ ; Очевидно, что  $req [i][j] = prg [j] / cpd [i][j]$ .

$vklad [i][j]$  – учебный вклад  $i$ -го ученика по предмету  $j$  за день;

$\Omega[i]$  – учебный вклад  $i$ -го ученика по всем предметам за день;

$\Theta$  – учебный вклад всех учеников по всем предметам за день;

Расчёт начальных значений запаса сил учеников одинаков для обоих сравниваемых подходов.

$$enrg[i] = enrg\_max[i] - enrg\_min[i] \quad \forall i = 1 .. M \quad (4)$$

Расчёт общего учебного вклада учащихся при уравнительном (культуросообразном) подходе

Затраты сил учащегося  $i$  на выполнение доступной именно ему части требований учебной про-

граммы по предмету  $j$  могут превысить доступный при данной концепции обучения бюджет сил ученика, что при уравнительном подходе отражается в формуле

$$enrg[i] = enrg[i] - \min\left(req[i][j], \frac{1}{N} enrg[i]\right). \quad (5)$$

А учебный вклад каждого учащегося  $\Omega[i]$  при данном подходе рассчитывается по формуле

$$\Omega[i] = \sum_{j=1}^N \min\left(req[i][j], \frac{1}{N} enrg[i]\right) \times cpd[i][j]. \quad (6)$$

Учебный вклад всех учащихся за день, соответственно,

$$\Theta = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \min\left(req[i][j], \frac{1}{N} enrg[i]\right) \times cpd[i][j]. \quad (7)$$

### 2.3 Расчёт восстановления сил

В модели полагается, что наибольший расход сил учащихся на обучение за шаг моделирования (день) не превышает величину разницы  $enrg\_max[i] - enrg\_min[i]$ .

Для моделирования хода восстановления сил ученика введём ещё одну величину,  $enrg\_recr[i]$ , задающую уровень запаса сил, с которого общий запас энергии может восстановиться до  $enrg\_max[i]$ .

Понятно, что по смыслу модели

$$enrg\_min[i] \leq enrg\_recr[i] \leq enrg\_max[i].$$

Автор считает, что в первом приближении разумно определить значения  $enrg\_min[i]$  и  $enrg\_recr[i]$  как доли от  $enrg\_max[i]$ , например,

$$\begin{aligned} enrg\_min[i] &= 0,2 * enrg\_max[i]; \\ enrg\_recr[i] &= 0,4 * enrg\_max[i]. \end{aligned}$$

Этот подход соответствует общеизвестным наблюдениям о том, что усталость у человека может накапливаться день ото дня, а силы истощаться.

С принятыми допущениями величина восстановления сил ученика  $i$  составит

$$enrg[i] = enrg[i] + \min [ (enrg\_max[i] - enrg[i]), (enrg\_max[i] - enrg\_recr[i]) ].$$

### 2.4 Подсчёт учебного вклада при природосообразном подходе

Природосообразный подход в данном случае понимается в том, что ученику предоставляется возможность уделять первоочередное внимание и силы тем учебным (учебно-трудовым, учебно-познавательным) занятиям, по которым КПД их освоения данным учеником наивысший.

Сразу отметим, что сомнения о том, что воплощение такого подхода будет излишне сложным, трудоёмким, а потому – дорогим и нецелесообразным опровергаются жизнью [1, 2]. В тех же коллективах Макаренко он воплощался уже тогда, когда многим воспитанникам с весны до осени ещё, по бедности, приходилось ходить босиком. Достигнутые, в том числе применением данного подхода, более высокие показатели нравственного, умственного и общекультурного уровня воспитанников позже логично привели и к росту материального благосостояния колонии им. Горького и Коммуны им. Ф.Э. Дзержинского (но не наоборот, т.е. сначала повышенные успехи, потом – благосостояние).

Подсчёт учебного вклада при природосообразном подходе можно выразить в следующем простом алгоритме. Для каждого ученика  $i$ ,  $i = 1 \dots M$ :

0. Начальные присваивания. Для текущего ученика  $i$

присвоим  $vklad [i][j] = 0, \forall j = 1 \dots N$ ;

рассчитаем  $req [i][j] = prg [j] / cpd [i][j]$ .

1. Упорядочим предметы (занятия) по убыванию значения  $cpd [i][j]$  для данного ученика  $i$ .

2. Начиная с  $j$ , соответствующего наибольшему  $cpd [i][j]$  для данного  $i$

3. Для текущего  $j$  распределим доступную энергию ученика по занятиям

$$enrg[i] = enrg [i] - \min (req[i][j], enrg[i]).$$

4. Учебный вклад по данному предмету для текущего учащегося при данном подходе будет

$$vklad [i][j] = \min (req [i][j], enrg[i]) \times cpd [i][j].$$

5. Если не все  $j$  ещё просмотрены и пока  $enrg[i] \geq enrg\_min[i]$ , перейти к новому  $j$  и на п. 3.

6. Учебный вклад каждого учащегося  $\Omega[i]$  при данном подходе рассчитывается по формуле

$$\Omega[i] = \sum_{j=1}^N vklad[i][j]. \quad (8)$$

7. Учебный вклад всех учащихся за день, соответственно

$$\Theta = \sum_{i=1}^M \Omega_i. \quad (9)$$

## Заключение

Средняя обязательная школа России, включая в себя порядка 17 миллионов учащихся и более 3 миллионов педагогов и иных сотрудников школы, являет собой пример крупномасштабной системы, неполадки в которой весьма дорого обходятся обществу. В тоже время в силу разных причин эта область оказалась в стороне от серьёзных научных исследований отечественных учёных.

Автор надеется, что данный труд внесёт посильный вклад в то, что такие исследования станут проводиться в России более полно и систематично, а предложенная модель будет уточнена и развита общими усилиями заинтересованных исследователей.

## Литература

1. Кумарин В.В. Педагогика стандартности или почему детям плохо в школе. М., 1996. 64 с.
2. Кумарин В.В. Педагогика природосообразности и реформа школы. М.: «Народное образование», 2004, 376 с. ISBN 5-87953-191-0.
3. Журавлёва И.В. Здоровье подростков: социологический анализ. М.: Институт социологии РАН, 2002. 240 с. ISBN 5-89697-064-1.
4. Бермант М.А., Семёнов Л.Н., Сулицкий В.Н. Математические модели и планирование образования. («АН СССР. Центральный экономико-математический институт»). М.: Наука, 1972. 112 с.
5. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Модели и механизмы теории активных систем в управлении качеством подготовки специалистов. – М.: ИЦ, 1998. – 158 с.
6. Сыгодина М.В. Моделирование процесса обучения в высшем учебном заведении. Автореферат дисс. ... к.т.н. по спец. 05.13.18. Братск, 2005. 20 с.
7. Назойкин Е. А. Мультиагентное имитационное моделирование образовательного процесса накопления знаний. Автореферат дисс. ... к. т. н. по спец. 05.13.18. Москва, 2011. 23 с.
8. Борисова Е. Качественное моделирование системы образования // The scientific heritage, 2020. № 51. С. 10–16.
9. Гончар Д.Р., Юрезанская Ю.С. Математическое моделирование применения культуро- и природосообразного подходов в общеобразовательной школе. М.: ВЦ РАН, 2013. 20 с.