

## ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ВЫПУСКА СЕЛЬХОЗПРОДУКЦИИ И МЕТОДАХ ЕЁ РЕШЕНИЯ

Ерешко Ф.И., Байрамов О.Б.о.

ФИЦ ИУ РАН

Россия, г. Москва, ул. Вавилова, 40

fereshko@yandex.ru, orudzh\_bayramov@mail.ru

*Аннотация:* Рассматриваются задача по производству определенных видов сельхозпродукции агрофирмой на прямоугольной площади с учетом запретных зон и связанная с ней определение формы используемых площадей. Для решения задачи минимизации рассматриваемого функционала предлагается применение метода ветвей и границ.

Ключевые слова: агрофирма, объекты размещения прямоугольной формы, минимизируемый функционал, метод ветвей и границ.

### Введение

Разработка крупномасштабных проектов во всех разделах экономики определяется вектором её развития.

В настоящее время, определяющим трендом экономического развития является цифровизация, элементами которой выступают оцифрованные технологии, цифровые платформы и аналитические приёмы исследования процессов динамики развития и механизмов управления.

В Указе Президента РФ от 9 мая 2017 г. № 203 «О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017–2030 годы» содержится следующая формулировка. Цифровая экономика—хозяйственная деятельность, в которой ключевым фактором производства являются данные в цифровом виде, обработка больших объемов и использование результатов анализа которых по сравнению с традиционными формами хозяйствования позволяют существенно повысить эффективность различных видов производства, технологий, оборудования, хранения, продажи, доставки товаров и услуг.

#### 0.1 Новые экономические модели

Важно различать предприятия, использующие цифровизацию как продолжение традиционной автоматизации на новой технологической основе (Интернет вещей, роботизация и т.д.), и предприятия цифровой экономики, основанные на новых экономических моделях.

Очевидно, что процесс цифровизации предприятий первого типа носит естественный консервативный характер, будет развиваться и организовано и стихийно, и будет создавать цифровую среду для появления новых моделей управления.

Предприятия второго типа, экономические модели которых полностью основаны на цифровых технологиях управления, конечно, будут носить рыночный характер. За каждым таким предприятием будет стоять своя экономическая модель.

#### 0.2 Модели

Уместно здесь упомянуть слова из тезисов К. Шваба: «оцифрованные технологии и сетевые модели».

Характерными приметами новых цифровых технологий управления являются Интернет-магазины, сайты коммерческих и государственных услуг, социальные сети, цифровые профили и двойники предприятий и изделий, цифровые платформы и т.д.

При этом во многих публикациях распространено определение цифровой экономики как экономики данных. Но памятуя, что сами по себе данные не генерируют полезность, имеет смысл говорить о цифровой экономике как об экономике алгоритмов и данных. Вслед за этим, мы обращаемся к понятию **математического моделирования**, поскольку построение алгоритмов поведения возможно и без формальных моделей, но чрезвычайно осложняется в их отсутствии.

Более того, современные достижения цивилизации напрямую связаны с использованием понятия **модели**, что нашло своё отражение во всех разделах естествознания и, более широко, культуры.

#### 0.3 Технологии

Цифровая экономика в широком смысле этого слова – это вся экономика, насыщаемая цифровыми продуктами и оцифрованными технологиями. Примеры цифровых продуктов – это продукты, произведенные с использованием интеллектуальных технологий и вычислительных средств. В ряду

этих продуктов находятся теперь и цифровые валюты.

«Цифровые технологии, основанные на аппаратном и программном обеспечении и сетях, не являются новшеством, но с каждым годом уходя все дальше от третьей промышленной революции, становятся все более совершенными и интегрированными, вызывая трансформацию общества и глобальной экономики. (К. Шваб)».

Технологической базой Цифровой экономики являются вычислительные комплексы, оснащённые специальным программным обеспечением на основе математических моделей, вычислительные платформы.

#### 0.4 АПК специфика

В АПК базовые технологии включают в себя биологические компоненты, живые организмы, что принципиально определяет оригинальные подходы к компьютеризации и моделированию в АПК.

В наиболее продвинутых в смысле цифровизации АПК странах наблюдается активное внедрение программных комплексов, использующих достижения аграрной науки, с целью поддержки всего комплекса принятия решений в агропроизводстве. Создаются центры инновационных разработок, интегрирующие программное и информационное обеспечение, при разработке которого используются достижения всего комплекса связанных с АПК наук: физики, химии, ботаники, физиологии растений, геологии, почвоведения, метеорологии, агрохимии, земледелия, сельскохозяйственной мелиорации, селекции и семеноводства, фитопатологии, экономики.

#### 0.5 Примеры

В Великобритании, в частности в 2018 году принята «Промышленная Стратегия: строительство Великобритании для будущего». В её рамках в части АПК государственная программа «Трансформация производства продовольствия: от с/х фермы до тарелки» («Transforming food production: from farm to fork»).

Под контролем сотрудников британского университета Харпера Адамса в 2018г. впервые в мире на площади 1 га выращен сорт озимой пшеницы без участия человека. В Германии для поиска и отработки наиболее пригодных технологий точного земледелия (ТЧЗ) сформирован междисциплинарный проект «Preagro», финансируемый Министерством образования и науки, в соответствии с согласованной концепцией ТЧЗ.

#### 0.6 Этапы первый

Современному периоду цифровизации агропромышленного комплекса предшествовали несколько следующих друг за другом этапов автоматизации, электронизации и информатизации АПК.

**Первый этап** внедрения компьютерной и электронной техники для управления АПК получил название автоматизации. Это был довольно длительный период создания различных автоматизированных систем управления (АСУ) и автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУТП).

#### 0.7 Этапы второй

**Второй этап** связан с появлением в начале 1980-х годов персональных компьютеров и довольно эффективных электронных датчиков. Процесс внедрения этих устройств стали официально именовать электронизацией. С середины 1980-х годов в рамках комплексной программы научно-технического прогресса стран-членов СЭВ развивалась электронизация сельского хозяйства. Программа электронизации была попыткой освоения успешного опыта Японии и Франции, которым, благодаря осуществлению своих программ, удалось в короткие сроки выйти на ведущие позиции в мире.

#### 0.8 Этапы третий

С середины 1990-х годов уже под названием информатизации начался **третий этап** развития. В техническом отношении он опирался на более совершенные персональные компьютеры и Интернет. Вместе с компьютерами пришло разнообразное программное обеспечение, включая не только бухгалтерские системы, но и ERP (Enterprise Resource Planning – планирование ресурсов предприятия), CRM (Customer Relationship Management - управление взаимодействием с клиентами), SCM (Supply Chain Management – управление цепями поставок), EAM (Enterprise Asset Management – система управления основными фондами предприятия) и др. Эти системы управления быстро осваивались нашими предприятиями, включая, конечно, предприятия АПК.

## 0.9 ГИС

С середины 2000-х годов начался процесс создания широкого спектра государственных информационных систем (ГИС). В настоящее время в реестре ГИС содержатся сведения о 336 ГИС, общей стоимостью более 200 млрд. руб.

Современный этап развития информационных технологий, названный BCG (Boston Consulting Group) цифровизацией (от англ. Digital), базируется на повсеместном распространении смартфонов, фактически персональных компьютеры в миниатюре, и быстром росте мощности и возможностей компьютерных сетей (в России на 100 человек в 2016 году приходилось 159,95 мобильного телефона и из 100 человек 71,29 человека использовали мобильный доступ к сети «Интернет»).

## 0.10 Цифровизация направления

Преыдушие этапы были ориентированы на автоматизацию уже существующих и часто весьма несовершенных процессов управления, а не на создание новых экономических моделей, соответствующих новым информационным технологиям.

Цифровизация же направлена, прежде всего, на создание новых моделей экономического поведения участников рынка. Она работает в их интересах, с учётом контролирующих государственных служб, и именно это дает надежду на успех цифровой экономики.

## 0.11 АПК рыночные отношения

К настоящему времени в России сформировалось сельское хозяйство, основанное на повсеместном распространении рыночных отношений.

Этот процесс начался с преобразования земельных отношений.

Указ Президента РФ «О неотложных мерах по земельной реформе в РСФСР» от 27 декабря 1991 года и Постановление Правительства РФ «О порядке реорганизации колхозов и совхозов» от 29 декабря 1991 года определили направления реорганизации сельхозпредприятий и приватизации земли: передача земли и средств производства в собственность трудовых коллективов сельскохозяйственных предприятий; раздел этих фондов на индивидуальные паи, раздел земли на земельные доли; перерегистрация хозяйств в одну из организационно-правовых форм, разрешенных соответствующим законодательством того периода.

## 0.12 АПК Гос. регулирование

Меры государственного регулирования агропромышленного комплекса можно разделить на четыре направления:

1. регулирование спроса на агропродовольственных рынках;
2. регулирование предложения на агропродовольственных рынках;
3. меры организационного, инфраструктурного и информационного характера;
4. меры внешнеэкономического регулирования.

## 0.13 АПК поддержка принятия решений

Отметим, что достигнутый отечественный уровень поддержки принятия решений в АПК в инструментальном отношении вполне соответствует Программам цифровизации экономики. С точки зрения математического моделирования в целях прогноза и поддержки принятия решений агропромышленное производство является одним из самых сложных секторов экономики. Полноценная поддержка принятия решений в этом секторе требует разработки и внедрения математических моделей:

- социально-экономических отношений;
- природных процессов динамики состояния почв, атмосферы, водоёмов, роста растений и животных;
- производственно-экономической деятельности («цифровых двойников») сельскохозяйственных, продуктовых, вспомогательных (производство удобрений, вспомогательных материалов, сельхозтехники, необходимых услуг) предприятий и объединений; торговых сетей; отраслей АПК; АПК в целом;
- логистики товаров и услуг, маркетинга;
- агрострахования, оценки и парирования рисков, управления пакетами ценных бумаг, кредитования и инвестирования в системе АПК;
- макроэкономических оценок ожиданий по конъюнктуре рынков труда, сырья и материалов, услуг, средств производства, готовой продукции, кредитов и инвестиций;

- подготовки исходных данных;
- производственно-технологических оценок развития отрасли.

Многочисленные задачи по производству продукции сельского хозяйства с применением известных математических методов для их решения и в настоящее время не теряют свою актуальность.

## 0.14 Страхование, хеджирование

Методы агрострахования, оценки и парирования рисков представлены в докладе Киселёва В.Г. [16]

### 1 Модель динамики

Модели производственно-экономической деятельности («цифровых двойников») сельскохозяйственных предприятий и объединений подобна моделям производства в других отраслях.

Учитывая опыт построения экономико-математических моделей и принимая во внимание финансовые ограничения, зададим описание условного предприятия в виде Базовой модели, включающей в своем составе следующие основные блоки.

#### 1.1 Материальный баланс

Блок «Производство»: следующие переменные относятся к шагу  $t$ :  $X_k^p$  – запасы продуктов на начало шага  $t$  (вектор соответствующей размерности),  $z_k^p$  – выпуск продуктов;  $y_k^{p,\varphi}$  – количество продуктов, идущих на создание производственных фондов (фондообразующие продукты);  $y_k^{p,p}$  – количество продуктов идущих непосредственно на производство (сырьевые продукты);  $x_k^{p,+}$  – количество продуктов поступающих на предприятие;  $x_k^{p,-}$  – количество продуктов уходящих с предприятия. Тогда динамика количества продуктов предприятия описывается следующим конечно-разностным уравнением:

$$X_k^p(t+1) = X_k^p(t) + x_k^{p,+}(t) + z_k^p(t) - x_k^{p,-}(t) - y_k^{p,p}(t) - y_k^{p,\varphi}(t), X_k^p(1) = X_k^{p,0}$$

Блок «Производственные фонды»:  $X_k^\varphi(t)$  – количество производственных фондов на начало шага  $t$  (вектор соответствующей размерности),  $z_k^\varphi(t)$  – производственные фонды, созданные на шаге  $t$ . Динамика количества производственных фондов:

$$X_k^\varphi(t+1) = X_k^\varphi(t) + z_k^\varphi(t), X_k^\varphi(1) = X_k^{\varphi,0}$$

Блок «Труд»:  $X_k^l(t)$  численность сотрудников различных специальностей на начало шага  $t$  (вектор размерности);  $x_k^l(t)$  – изменение численности персонала предприятия на шаге  $t$ .

$$X_k^l(t+1) = X_k^l(t) + x_k^l(t)$$

Пусть  $u_k^p$  – вектор интенсивностей процессов производства, а  $u_k^\varphi$  – вектор интенсивностей процессов создания фондов. Запишем линейные соотношения, описывающие выпуск продукции и создание производственных фондов:

$$z_k^p(t) = A_k^p(t) \cdot u_k^p(t), B_k^p(t) \cdot u_k^p(t) \leq q_k^p(t)$$

$$z_k^\varphi(t) = A_k^\varphi(t) \cdot u_k^\varphi(t), B_k^\varphi(t) \cdot u_k^\varphi(t) \leq q_k^\varphi(t)$$

$$q_k^p(t) = (y_k^{p,p}(t), X_k^l(t), X_k^\varphi(t)), q_k^\varphi(t) = (y_k^{p,\varphi}(t), X_k^l(t), X_k^\varphi(t))$$

Здесь  $A_k^p$ ,  $A_k^\varphi$  – матрицы удельных норм выпуска продукции и создания фондов;  $B_k^p$ ,  $B_k^\varphi$  – матрицы удельных затрат выпуска продукции и создания фондов. Также мы ввели обозначения  $q_k^p(t)$  и  $q_k^\varphi(t)$  для векторов ресурсов, необходимых соответственно для производства продукции и создания фондов на шаге  $t$ .

#### 1.2 Производственные функции

Выше записаны соотношения в соответствии с производственной функцией Леонтьевского типа.

Предусматривается возможность использования в модели других видов производственных

функций :

$$F_i(t, \mathbf{q}^p(t)) = a_i \cdot \left( \sum_{i \in \mathcal{I}^p} \alpha_i \cdot (y_i^{p,p}(t))^\rho + \sum_{r \in \mathcal{R}^p} \alpha_r \cdot (X_r^l(t))^\rho + \sum_{j \in \mathcal{J}^p} \alpha_j \cdot (X_j^f(t))^\rho \right)^{\beta/\rho}$$

CES функции.

$$F_i(t, \mathbf{q}^p(t)) = a_i \cdot \prod_{i \in \mathcal{I}^p} (y_i^{p,p}(t))^{\alpha_i} \prod_{r \in \mathcal{R}^p} (X_r^l(t))^{\alpha_r} \prod_{j \in \mathcal{J}^p} (X_j^f(t))^{\alpha_j}$$

функции Кобба-Дугласа,

$$F_i(t, \mathbf{q}^p(t)) = \min \left( \min_{i \in \mathcal{I}^p} \alpha_i y_i^{p,p}(t), \min_{r \in \mathcal{R}^p} \alpha_r X_r^l(t), \min_{j \in \mathcal{J}^p} \alpha_j X_j^f(t) \right)$$

запись соответствует модели Леонтьева В. В.

### 1.3 Финансовый баланс

Переменные относятся к началу шага  $t$  :

$M_k$  – касса предприятия;  $S_k^p$  – товарные запасы;  $S_k^\varphi$  – основные фонды;  $A_k$  – активы предприятия;  $L_k$  – обязательства;  $E_k$  – собственный капитал;

$$M_k(t+1) = M_k(t) + Q_k^{p,-}(t) + H_k^c(t) - Q_k^{p,+}(t) - Q_k^{p,f}(t) - Q_k^l(t) - (1 + \gamma_k(t-1)) \cdot H_k^c(t-1), M_k(1) = M_k^0$$

$$S_k^p(t+1) = S_k^p(t) + U_k^{p,+}(t) + U_k^{p,z}(t) - U_k^{p,-}(t) - U_k^{p,p}(t) - U_k^{p,\varphi}(t), S_k^p(1) = S_k^{p,0}$$

$$S_k^\varphi(t+1) = S_k^\varphi(t) + U_k^{\varphi,z}(t) - U_k^{\varphi,-}(t), S_k^\varphi(1) = S_k^{\varphi,0}$$

$$A_k(t+1) = A_k(t) + M_k(t+1) - M_k(t) + S_k^p(t+1) - S_k^p(t) + S_k^\varphi(t+1) - S_k^\varphi(t), A_k(1) = A_k^0$$

$$L_k(t+1) = L_k(t) + H_k^c(t) - H_k^c(t-1), L_k(1) = L_k^0$$

$$E_k(t+1) = E_k(t) + Q_k^{p,-}(t) + U_k^{p,+}(t) + U_k^{p,z}(t) + U_k^{\varphi,z}(t) - Q_k^{p,+}(t) - U_k^{p,p}(t) - U_k^{p,-}(t) - U_k^{p,\varphi}(t) - Q_k^l(t) - \gamma_k(t-1) \cdot H_k^c(t-1) - U_k^{\varphi,-}(t), E_k(1) = E_k^0,$$

где

- $Q_k^{p,-}$  – поступления денежных средств в качестве оплаты за продукты, уходящие с предприятия;
- $Q_k^{p,+}$  – оплата приходящих на предприятие продуктов;
- $Q_k^l$  – оплата труда сотрудников предприятия;
- $U_k^{p,+}$  – балансовая стоимость продуктов, приходящих на предприятие;
- $U_k^{p,z}$  – балансовая стоимость произведенных продуктов;
- $U_k^{p,-}$  – балансовая стоимость продуктов, уходящих с предприятия;
- $U_k^{p,p}$  – балансовая стоимость продуктов, идущих на производство;
- $U_k^{p,\varphi}$  – балансовая стоимость продуктов, идущих на создание производственных фондов;
- $U_k^{\varphi,-}$  – амортизация производственных фондов;
- $H_k^c(t)$  – заимствования предприятия по ставке  $\gamma_k(t)$ .

### 1.4 Пример задачи оптимизации

Одной из простейших задач управления предприятием может быть следующая.

Выберем в качестве управления переменные  $\mathbf{x}_k^{p,+}(t)$ ,  $\mathbf{y}_k^{p,p}(t)$ ,  $\mathbf{y}_k^{p,\varphi}(t)$ ,  $\mathbf{x}_k^{p,-}(t)$ ,  $\mathbf{u}_k^p(t)$ ,  $\mathbf{u}_k^\varphi(t)$ ,  $H_k^c(t)$ ,  $t=1, \dots, T$  и рассмотрим задачу максимизации конечного капитала:  $E_k(T+1) \rightarrow \max$ , при условии неотрицательности управляющих и фазовых переменных  $X_k^p(t)$ ,  $M_k(t)$ ,  $t=2, \dots, T+1$ , а также с учетом ограничений по ресурсам для выпуска продукции и создания производственных фондов, которые описываются соответствующими линейными неравенствами.

Эта модель с соответствующим информационным и программным обеспечением и есть Цифровой двойник предприятия в рамках рассмотрения Цифровой платформы отрасли.

В этой записи возможны различные постановки оптимизационных (централизация) и теоретико-

игровых задач (децентрализация).

## 2 Размещение ресурсов

Ниже рассматривается одна из таких задач и предлагается алгоритм ее решения. В рассматриваемой задаче выпуск определенных видов сельхозпродукции связан с предварительным определением размеров и форм соответствующих площадей для размещения на выделенном участке земли при наличии на нем запретных зон. Рассматривается задача минимизации длины связывающей коммуникационной сети, а также потребляемых ресурсов (вода, электричество).

### 2.1 Постановка задачи

Рассматривается выпуск  $n$  видов сельскохозяйственной продукции растениеводства на земельном участке прямоугольной формы  $S$ , где для количества выпускаемой продукции  $n_1$ ,  $n_1 < n$  видов существуют ограничения (нормативы), а для количества выпускаемой продукции остальных  $n_1 + 1, \dots, n$  видов принимается экспертное решение. Пусть известно, что для первой группы из  $n_1$  видов выпускаемой продукции их количество  $p_i$  не должно быть меньше установленного норматива  $p_i^0, i = 1, \dots, n_1$

$$p_i \geq p_i^0, p_i^0 \text{ заданы}, i = 1, \dots, n_1 \quad (1)$$

$$p_i \geq 0, i = n_1 + 1, \dots, n$$

Также задана стоимость единицы продукции  $c_i, i = 1, \dots, n$ .

Рассматриваемый участок земли  $S$  – прямоугольник с размерами сторон  $a, b$ . (Рис. 1)

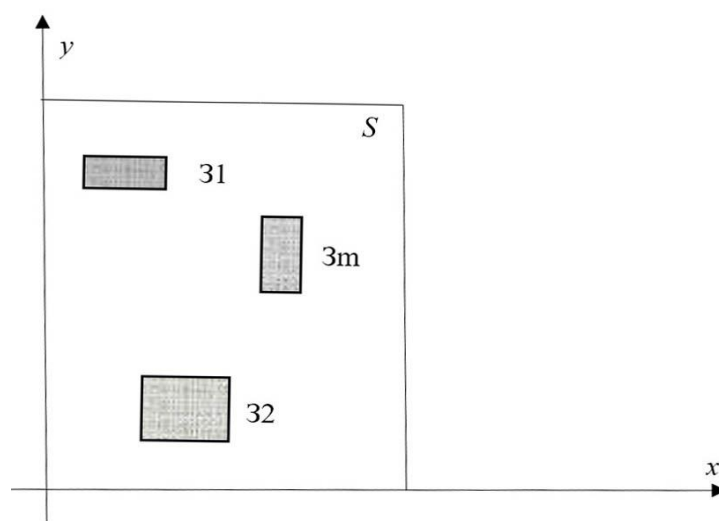


Рис. 1.

В прямоугольнике  $S$  выделены запретные зоны  $q_j, j = 1, \dots, m$ , (Рис. 1), в которых производство сельхозпродукции не представляется возможным (например, лес, болото, озеро, здания и др.). Они тоже имеют прямоугольную форму со сторонами  $a_j, b_j$ . Могут быть заданы ограничения-расстояния от запретных зон до участков по выпуску некоторых видов продукции

$$q_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m \quad (2)$$

Определим  $D_{ij}$  (метрику): если размещаемые участки представить в форме прямоугольников  $\Pi_i$  с длинами сторон  $a_i, b_i, i = 1, \dots, n$ , с координатами центров  $O_i(x_i, y_i), i = 1, \dots, n$  (см. Рис.2), тогда

$$D_{ij} = |x_i - x_j| + |y_i - y_j|, i, j = 1, \dots, n \quad (3)$$

Условия непересечения прямоугольников  $\Pi_i$ :

$$D_{ij} \geq \min\{1/2(a_i + a_j), 1/2(b_i + b_j)\} \quad (4)$$

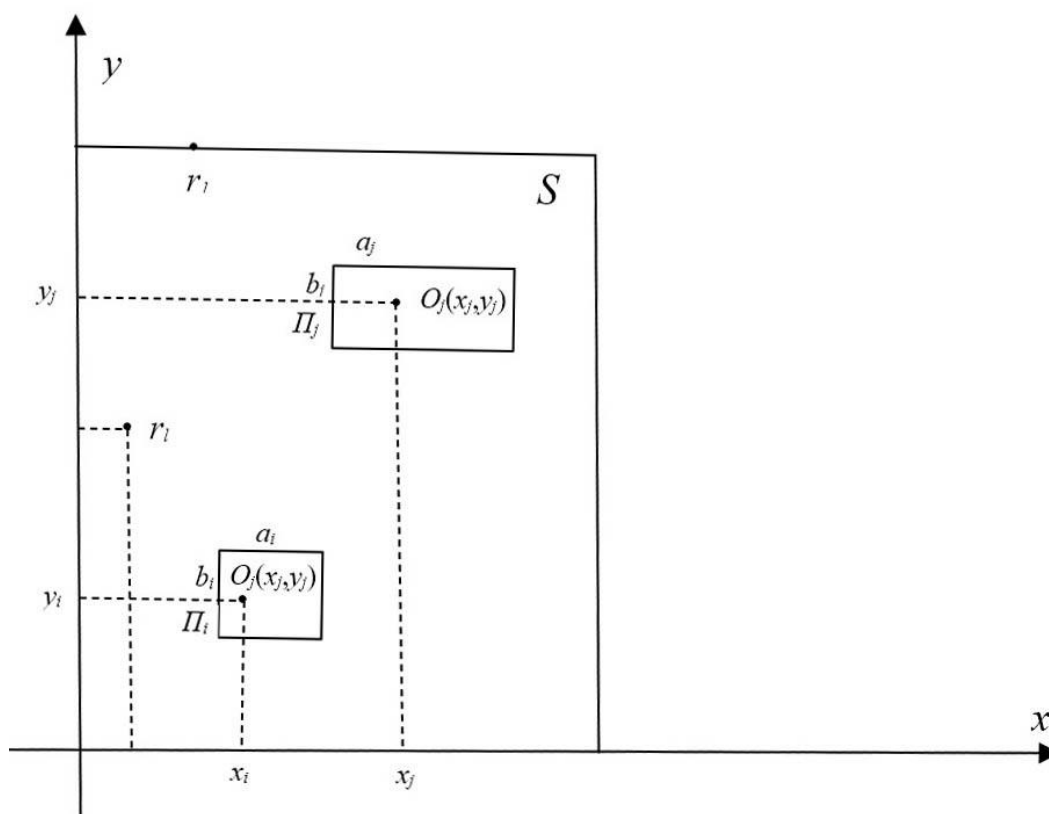


Рис. 2.

При решении подобных задач применяются и другие формы определения расстояния между объектами и запретными зонами ([1]). Пусть заданы ограничения – расстояния между прямоугольниками  $\Pi_i$ :

$$d_{ij} \geq 0, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad (5)$$

а также координаты  $(x_t, y_t)$  точек-источников  $r_t, t = 1, \dots, l$  обеспечения деятельности агрофирмы (вода, электричество и др.), которые находятся внутри или на границе  $S$  (рис. 2).

Также предполагается, что агрофирма владеет подробной информацией об урожайности всех выпускаемых видов продукции  $X_i, i = 1, \dots, n$  на рассматриваемом участке  $S$ . Известно, что уровень урожайности зависит от многих условий: климатических, географических, почвенных, агротехнических, организационно-экономических и др. (сведения взяты из [2]).

Выделяется несколько видов урожайности конкретной сельхозкультуры – потенциальная, плановая, ожидаемая и др. Потенциальная урожайность – максимальное количество продукции, которое можно получить с 1 га при полной реализации продуктивных возможностей сельскохозяйственной культуры (или сорта). Исчисляется (применительно к идеальным и обычным условиям) главным образом сельскохозяйственными научно-исследовательскими и опытными учреждениями. Показатель используют для определения рациональной структуры земледельческих отраслей набора сортов и сельскохозяйственных культур в хозяйстве, области, зоне. Плановая урожайность – количество продукции, которое можно получить с 1 га в конкретных хозяйственных условиях. Определяется до посева с учетом потенциальных возможностей сорта, достигнутого уровня урожайности, плодородия почвы, обеспеченности хозяйства техникой, минеральными удобрениями и т.п. Плановая урожайность – показатель производственно-финансового плана сельхозпредприятия, используемый в управлении сельхозпроизводством. Ожидаемая урожайность (виды на урожай) – предполагаемый сбор продукции. Определяется в ц с 1 га или условно (высокая, средняя, низкая, на уровне прошлого года) в отдельные периоды роста и развития сельскохозяйственных культур (по густоте стеблестоя и общему состоянию растений). Показатель используют для планирования агротехнических мероприятий.

В рассматриваемом нами случае напрямую задача по максимальному количеству выпускаемой продукции не ставится и поэтому логично остановить выбор на плановой или ожидаемой урожайности сельхозкультуры. Другие вопросы, связанные со сбором урожая (например, потери, страхование урожая [3] и др.) здесь не рассматриваются.

На основании имеющейся информации, агрофирма определяет площадь (участок земли) для производства конкретного вида сельхозпродукции:

$$S_i = p_i / X_i, i = 1, \dots, n \quad (6)$$

Подчеркиваем: таким способом мы определяем только размеры площадей под каждый вид выпускаемой продукции, а формы (длины сторон) самих прямоугольников  $S_i$  еще предстоит определить. В рассматриваемом случае вариантов определения размеров прямоугольников  $S_i$  могут быть несколько. На данном этапе пусть агрофирма определенным способом (с привлечением специалистов соответствующей области, экспертов) определяет форму, соответственно размеры сторон  $a_i, b_i$  размещаемых прямоугольников  $S_i, i = 1, \dots, n$ . Наличие запретных зон, в свою очередь, является в определенном смысле «подсказкой» для определения размеров сторон нескольких прямоугольников, что может поспособствовать определению форм (размеров сторон) других размещаемых площадей. Еще одно условие – стороны размещаемых прямоугольников параллельны сторонам прямоугольника  $S$ .

При этом агрофирма может ставить перед собой разные задачи минимизации, например минимизацию длины связывающей коммуникационной сети (расстояние от источников  $r_1, r_2, \dots, r_m$ , которые востребованы всеми  $S_i, i = 1, \dots, n$ ):

$$F = \min(d(r_k, s_1) + \sum d_{ij}), i, j = 1, \dots, n, k = 1, \dots, m, \quad (7)$$

или если  $R_{ij} = K \cdot d_{ij}$ , где  $K$  – некоторый коэффициент, «вес»  $d_{ij}$ ,

$$F = \min(R(r_k, s_1) + \sum R_{ij}) \quad (8)$$

или

$$F = \max \sum c_i p_i \quad (9)$$

Таким образом, в результате агрофирме предстоит решить традиционную задачу размещения геометрических объектов (прямоугольников  $S_i$ ) на плоскости (прямоугольник  $S$ ) для производства определенных видов сельхозпродукции при условиях (1), (2), (5), при минимизации (7), (8) или максимизации (9) функционала  $F$ .

## 2.1 Задача размещения и метод решения

Как было отмечено выше, рассматриваемая задача отличается от традиционных задач размещения предоставлением множества вариантов предварительного определения размеров размещаемых прямоугольников. Эта возможность, с одной стороны, позволяет пользуясь эвристическими методами или другими способами, наиболее эффективно разместить объекты, но с другой стороны реализация конкретного варианта резко увеличивает объем выполняемых работ (существенно возрастает перебор вариантов).

Решению классических работ размещения, в том числе прямоугольных объектов на плоскости посвящены большое количество работ (например, [4] – [8]). Коротко остановимся на некоторых из них. В [9] исследуются задачи размещения взаимосвязанных объектов в областях с запрещенными зонами, точечных на плоскости с минимаксным критерием (минимаксная) и прямоугольных на параллельных линиях с критерием минимума суммарной стоимости связей (минисуммная). Запрещенные зоны – это области, в которых не допускается размещение объектов по каким-либо причинам. Примерами запрещенных зон могут быть как естественные преграды (горы, реки, озера), так и искусственные сооружения (здания, оборудование, санитарные зоны)

Из сравнительно последних и интересных с рассматриваемой точки зрения можно выделить [10], в которой рассматривается один из аспектов автоматизированной компоновки – задача анализа геометрической формы и расположения в пространстве незаполненных пространств среди уже размещенных элементов, что дает ответ на вопрос, какой формы и какого размера объекты можно разместить в этих незаполненных пространствах. Таким образом, решается задача анализа



компоновочного пространства и его последующей «докомпоновки». В [11] рассматривается минимаксная задача размещения точечного объекта на плоскости с прямоугольной (манхэттенской) метрикой с ограничениями на допустимую область размещения и предлагается ее прямое аналитическое решение при помощи методов тропической (идемпотентной) математики.

В [12] рассматривается алгоритм последовательного размещения. Предлагается алгоритм последовательного размещения прямоугольников, в основе которого лежат разумные стратегии. Предполагается, что прямоугольники упорядочены. Алгоритм итерация за итерацией последовательно размещает один прямоугольник за другим в заданном порядке. Если нет возможности разместить прямоугольник, он пропускается и рассматривается следующий. Так продолжается до тех пор, пока все прямоугольники не будут просмотрены. В [13] доказано, что существует оптимальное размещение в прямоугольной оболочке, построенной с помощью решения задач для каждого из размещаемых объектов отдельно. Разработаны варианты алгоритма ветвей и границ с различными оценками целевой функции.

Еще раз подчеркиваем, что основная разница между традиционными задачами размещения объектов на плоскости и рассматриваемым случаем заключается в том, что в последнем случае размеры сторон размещаемых объектов заранее не заданы, определяются (в нашем случае) представителями агрофирмы или другими компетентными лицами.

Методам решения задач размещения геометрических объектов тоже посвящены много работ.

Решение вышеупомянутых задач ввиду переборного свойства множества вариантов подсказывает применение таких универсальных методов их решения как метод ветвей и границ [14]. Из сравнительно недавних работ, посвященных решению задач размещения методом ветвей и границ можно привести например, [15].

Основная идея метода – разбиение множества решений исходной задачи на подмножества, решение созданных подзадач применяя различные стратегии ветвления («одностороннее ветвление», «фронтальное ветвление», их гибридные варианты) в нашей задаче может применяться поэтапно.

При сравнительно небольшом количестве вариантов, применяя «фронтальное ветвление», можно найти решение первой части задачи – выделение и размещение площадей для основной части – для первых  $n_1$  видов выпускаемой продукции. По мере увеличения количества возможных вариантов размещения прямоугольников (площадей), включая размещение соответствующих площадей для всех остальных видов  $n_1 + 1, \dots, n$  продукции, применяя одностороннее ветвление сравнительно быстро можно получить если не оптимальное, то хотя бы приемлемое решение для дальнейшего его улучшения.

## Заключение

Рассматриваемая задача по выпуску определенных видов сельхозпродукции с предварительным определением необходимой площади для ее реализации может иметь гораздо больше вариантов решения из-за неоднозначности формы отведенных площадей. Предложения компетентных экспертов в сочетании с эвристическими способами, а также утвержденные алгоритмы определения форм выделенных площадей с применением метода ветвей и границ могут оптимизировать количество шагов для поиска наилучшего решения поставленной задачи.

## Литература

1. *Ахмедов И.С., Сигал И.Х.* Задача компоновки схемы генплана промпредприятий и некоторые подходы к ее решению. – М.: Деп. ВИНТИ, № 270. 1983. – 57 с.
2. Урожайность. Академик. Academic.ru Большая советская энциклопедия.
3. *Киселев В.Г.* Математические модели экономики страховой агрокомпании. – М.: Вычислительный Центр им. А.А. Дородницына Российской академии наук, 2013. – 30 с.
4. *Забудский Г.Г.* Задачи оптимального размещения взаимосвязанных объектов: Омск: ОмГУ, Учебное пособие, 2007. – 100 с.
5. *Панюков А.В.* Задача размещения прямоугольных объектов с минимальной стоимостью связывающей сети. – Новосибирск: Дискретный анализ и исследование операций. Сер. 2, том 8, выпуск 1. 2001. – С. 70-87.
6. *Картак В.М.* Методы анализа и оптимизации N-мерной ортогональной упаковки на базе сечений различных размерностей. Автореферат диссертации на соискание учёной степени доктора физико-математических наук. Уфа, 2011. – 33 с.
7. *Петренко С.В.* Оптимизация размещения двумерных геометрических объектов на анизотропном материале с использованием методов математического программирования. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. Уфа, 2005. – 20 с.

8. *Та Чунг Тхань*. Математические модели и алгоритмы решения трехмерных задач размещения на основе оптико-геометрического подхода. Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук. Иркутск, 2020. – 133 с.
9. *Веремчук Н.С.* Модели и алгоритмы размещения взаимосвязанных объектов на плоскости с запрещенными зонами. – *DisserCat* – Электронная библиотека диссертаций. – 119 с.
10. *Ситу Лин*. Разработка методов и геометрических моделей анализа незаполненных пространств в задачах размещения. Специальность 05.01.01 Инженерная геометрия и компьютерная графика Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата технических наук. – М., 2011. – 24 с.
11. *Плотников П.В., Кривулин Н.К.* Прямое решение минимаксной задачи размещения в прямоугольной области на плоскости с прямоугольной метрикой. – СПб.: Вестник СПбГУ. Прикладная математика. Информатика. Т. 14. Вып. 2. 2018.: – С. 116-130.
12. *Старостин Н.В., Силаев Ан.Н., Седых И.О.* Многоуровневый эволюционно-генетический метод размещения прямоугольников на плоскости. – НН: Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, № 5. 2009. – С. 163-168.
13. *Забудский Г.Г., Веремчук Н.С.* Решение задачи Вебера на плоскости с минимаксным критерием и запрещенными зонами. – Иркутск: Известия Иркутского государственного университета. Серия «Математика», 2014. Т. 9. – С. 10–25.
14. *Романовский И.В.* Алгоритмы решения экстремальных задач. Главная редакция физико-математической литературы. – М.: Изд-во «Наука», 1977. – 352 с.
15. *Елизаров Д.Э.* Алгоритмизация решения задачи о размещении на основе модификации метода ветвей и границ // Воронеж: Вестник Воронежского государственного технического университета, 2016. Т. 12. № 5. – С. 42–48.
16. *Киселёв В.Г.* Сравнение двух программ страхования урожая // В сб.: Управление развитием крупномасштабных систем MLSD'2022. Труды XV межд. конф. Под общей ред. С.Н. Васильева, А.Д. Цвиркуна. Москва, ИПУ РАН, 26-28 сент. 2022.