

## ОДНА ЗАДАЧА ВЫБОРА СТРУКТУРЫ ПРОГРАММЫ СТРАХОВАНИЯ УРОЖАЯ

Киселев В.Г.

ФИЦ ИУ РАН,

Россия, г. Москва, ул. Вавилова, д. 40

vgkiselev@yandex.ru

*Аннотация:* В работе рассматривается задача выбора стратегии страхования урожая, которая заключается в том, что вся площадь, на которой выращивается культура, разбивается на несколько областей, на каждой из которых свой параметр страхования – уровень страховой урожайности. Задача заключается в нахождении оптимального разбиения.

Ключевые слова: стратегии, урожайность, доход, страхование, надежность, критерии.

### Введение

Доходы сельскохозяйственного производства (особенно в растениеводческой отрасли) в значительной степени зависят от ряда дестабилизирующих факторов. Главная из них – это стохастическая природа урожайности. Особенно чувствительна к первому фактору растениеводческая отрасль сельского хозяйства.

Урожайность зависит от случайных погодных факторов, от изменчивости климатической обстановки, от обеспеченности техническими средствами, от человеческого фактора и многих других факторов.

Естественно, одним из важных пожеланий производителя сельскохозяйственной продукции является стабилизация доходов. Имеется несколько способов решения этой задачи. Одним из основных (и самым древним) способов стабилизации доходов производителя сельскохозяйственной продукции является агрострахование. Существует два вида агрострахования: страхование урожая и страхование дохода от производимой продукции. В свою очередь, эти способы страхования подразделяются на ряд подпрограмм. Одной из таких подпрограмм страхования урожая является мультирисковая программа, возможные способы применения которой будут рассмотрены в данной работе. Производителя сельскохозяйственной продукции кроме стабилизации доходов в равной степени интересует и величина этих доходов. По этим двум показателям и будет оцениваться предлагаемая стратегия.

### 1 Содержание мультирисковой программы страхования урожая

В качестве примера программ страхования урожая рассмотрим мультирисковую программу страхования урожая. Эта программа является самой давней и предоставляет защиту от падения урожайности, вызванного целым рядом рисков. Для большинства культур эти риски включают засуху, переувлажнение, заморозки и вымерзание, ветер, наводнение, вред, нанесенный вредителями и болезнями.

Уровень покрытия по данной программе базируется на средней урожайности каждого отдельного хозяйства. Если полученная в хозяйстве урожайность культуры меньше гарантированной, то застрахованному хозяйству будет выплачена сумма, которой не хватает до гарантированного уровня.

Суть процесса любого страхования заключается в следующем. В начале года страховая компания и агрофирма заключают договор о страховании некоторой культуры на площади  $S$ , по которому агрофирма должна выплатить страховщику некоторое количество денег в размере  $\pi = \delta\Phi$ , где  $\delta$  – страховой тариф, а  $\Phi$  – страховая сумма – та сумма, на которую заключен договор. Часть  $\gamma$  этой суммы погашается или из федерального, или из

местного бюджета. Тогда агрофирма реально за заключенный договор должна заплатить только  $\pi_f = (1 - \gamma)\pi$ . В момент уборки оценивается количество полученного урожая и страховая фирма выплачивает фирме некоторую компенсацию в размере  $r = \max[0, cS(y - y_\alpha)]$ , где  $c$  – прогнозная (весенняя) цена единицы полученной продукции,  $y_\alpha$  – то значение урожайности, ниже которой страховая компания выплачивает страховое возмещение, равное стоимости недополученного урожая в весенних ценах. Обычно значение страховой урожайности задают в виде  $y_\alpha = \alpha Ey$ , где  $0 < \alpha < 1$  – некоторый коэффициент, а  $Ey$  – среднее значение урожайности страхуемой культуры на данном участке. При сделанных предположениях страховая сумма, исходя из которой определяется величина страхового взноса, равна  $\Phi = cSy_\alpha$ , а страховая премия равна  $\pi = \delta cS y_\alpha$ .

В актуарной математике принято считать, что  $\pi = (1 + \theta)Er$ , где  $E$  – знак математического ожидания, а  $\theta$  – величина страховой надбавки, обеспечивающая доходность страховой компании. Величины страхового тарифа и страховой надбавки связаны следующим соотношением  $\delta = (1 + \theta)Er / \Phi$ . Для каждой программы страхования все эти значения конкретизируются и для оценки конкретной программы страхования вычисляются некоторые показатели, перечень которых приведен в ([6]).

## 2 Краткий обзор литературы по агрострахованию

Проблемы страхования в сельском хозяйстве рассматриваются во многих публикациях как отечественных, так и зарубежных авторов. Большинство этих работ носит описательный характер результатов применения страхования в растениеводстве. Пример таких работ – публикации [2–5]. Имеются и математические исследования данной проблемы (в основном иностранные), например, в работах [10–17]. С позиций математического моделирования проблема агрострахования исследовалась и автором данной работы и результаты этих исследований опубликованы, например, в работах [6–9].

В этих работах были исследованы различные программы страхования.

Агрострахование является одним из видов общей страховой системы страны, но обладает, естественно, рядом особенностей, отличающих ее от традиционных видов страхования. Основной особенностью является принципиальное отличие в информационной базе. Этой особенности уделено значительное внимание в публикациях, в частности, в работах автора [7–9]. Актуарные расчеты в традиционных видах страхования проводятся с использованием достаточно хорошо известных функций распределения рассматриваемых величин. Практически все методики классических актуарных расчетов приведены в классической книге [1].

## 3 Постановка задачи

Из описания мультирисковой программы страхования урожая следует, что производитель растениеводческой продукции заключает договор страхования урожая на всей засеянной площади  $S$  с одним значением страховой урожайности  $y_\alpha$ .

Возникает вопрос о том, что может быть целесообразнее всю страхуемую площадь разбить на несколько участков и каждый участок страховать со своим значением страховой урожайности. Исследованием такого вопроса для фиксированного разбиения страхуемой площади на заданное количество участков с заданными значениями страховых урожайностей и посвящается данная работа.

Целесообразность такого разбиения будем оценивать по двум основным показателям, характеризующим надежность получения дохода и среднее значение дохода.

#### 4 Критерии оценки мультирисковой программы страхования

Перечислим теперь минимальный набор критериев для оценки этой программы агрострахования. Это:  $\Phi_1$  – средний доход агрофирмы и  $\Phi_2$  – надежность получения запланированного урожая. Если страховая урожайность равна  $y_\alpha$ , то это значит, что недобор до этого застрахованного уровня будет компенсироваться страховой компанией, т.е. с вероятностью единица будет получен урожай  $y \geq y_\alpha$ .

Этим показателем пользуются при практическом страховании, но возможны и другие оценки стабильности производства, например, дисперсия – общепринятая в теории вероятностей оценка разброса случайной величины.

Теперь об экономическом показателе фермерского производства. Доход фирмы является случайной величиной, зависящей от случайной урожайности  $y \in [y_-, y_+]$ . Здесь  $y_-$  и  $y_+$  – минимальное и максимально ее значения.

Средний доход (при  $c = S = 1$ ) равен  $ED_f = Ey + \psi Er$ , где  $\psi = \gamma - \theta(1 - \gamma)$  – очень важный показатель, введенный в [6], – индикатор программы страхования. Отсюда следует, что при  $\psi > 0$  средний доход агрофирмы при страховании больше среднего дохода без страхования.

Это условие выполняется, когда рискованная надбавка невелика и величина господдержки достаточна. При отсутствии господдержки ( $\gamma = 0$ ) при страховании средний доход фирмы убывает и становится тем меньше, чем выше уровень страхования  $y_\alpha$ .

В тех же работах было также показано, что  $\frac{dED_f}{dy_\alpha} = \psi p_\alpha$ , где  $p_\alpha = P(y < y_\alpha)$ .

Как видно, опять все определяет знак индикатора программы. Если он положителен, то средний доход агрофирмы возрастает с увеличением  $y_\alpha$ , в противном случае – убывает.

Отсюда следует, что при отсутствии господдержки ( $\gamma = 0$ ) при страховании средний доход фирмы убывает и становится тем меньше, чем выше уровень страхования  $y_\alpha$ .

Тогда возникает вопрос: зачем вообще нужно страхование в таком случае?. Ответ на этот вопрос такой: жизненный опыт показывает, что люди в большинстве случаев не склонны к риску и поэтому они согласны отказаться от большей прибыли ради уменьшения риска потерь.

#### 5 Выбор одной стратегии мультирисковой программы страхования

При изложении мультирисковой программы страхования мы по устоявшейся традиции предположили, что страхователь выбрал одно значение  $y_\alpha$  и застраховал урожай с площади  $S$ . Остается открытым вопрос об оптимальности такой стратегии. Поскольку может быть ему выгоднее выбрать другую стратегию, разбив всю площадь, занятую под культуру, на части, и застраховав эти площади с разной гарантией надежности.

Исследуем этот вопрос, т.е. рассмотрим случай, когда имеется возможность страховать различные площади с различным уровнем гарантии.

Итак, имеется дискретный набор страховых уровней  $y_\alpha^i \in Y_\alpha$  ( $i = \overline{1, n}$ ).

Мы будем предполагать этот набор упорядоченным по возрастанию.

Каждому значению  $y_\alpha^i$  соответствует застрахованная с этим уровнем страхования площадь  $S^i$  и должно выполняться равенство  $\sum_i S^i = S$ .

Поставим задачу оценки такого решения. Зафиксируем эти значения  $y_\alpha^i$ . Тогда при любых значениях площадей  $S^i$  мы сможем вычислить как средний доход, так и некоторые характеристики надежности получения урожая – основные показатели программы агрострахования.

Средний доход фермерского хозяйства будет равен  $ED_f = \sum_i S^i ED_f(y_\alpha^i)$ , где  $ED_f(y_\alpha^i) = S^i [Ey + \psi Er^i(y_\alpha^i)]$  – доход с одной выделенной площади  $S^i$ .

Здесь мы полагаем цену продукции равной единице и используем принятый в страховании термин «доход», хотя это на самом деле выручка.

Теперь оценим надежность получения продукции со всего участка при данном разбиении.

В мультирисковой программе страхования такая надежность характеризовалась одним числом  $y_\alpha^i$ , или, что тоже, вероятностью  $p_\alpha = P(y < y_\alpha)$ . В нашем случае надежность получения урожая будем оценивать характеристиками случайной величины  $Y$  – суммарного урожая (с учетом страхования) со всей площади  $S$ .

На  $i$ -й площади с учетом страхового значения  $y_\alpha^i$  полученная урожайность равна

$$\hat{y}^i = \begin{cases} y_\alpha^i, & y < y_\alpha^i \\ y, & y \geq y_\alpha^i \end{cases},$$

а собранный урожай со всей площади равен  $Y = \sum_i S^i \hat{y}^i$ .

Введем в рассмотрение два множества:  $I_1(y) = \{i : y_\alpha^i < y\}$  и  $I_2(y) = \{i : y_\alpha^i \geq y\}$ .

Тогда для участков  $i \in I_1$ :  $\hat{y}_i = y$ , а для участков  $i \in I_2$ :  $\hat{y}_i = y_\alpha^i$ . Поэтому урожай, собранный со всех участков, равен  $Y(y) = y \sum_{i \in I_1} S^i + \sum_{i \in I_2} y_\alpha^i S^i$ .

Этот урожай выражен здесь явно как функция случайной урожайности в данном регионе  $y$ , и мы можем вычислить по известным формулам все необходимые характеристики этого урожая при фиксированных значениях гарантированных урожайностей и площадей всех участков. В частности, например, вычислить дисперсию этого суммарного урожая, значением которой можно оценивать изменение надежности получения этого урожая при отдельном страховании на выделенных участках.

Другой характеристикой данной стратегии разбиения будет суммарный доход со всей площади, равный  $D_f = \sum_i S^i [Ey + \psi Er^i(y_\alpha^i)]$ .

Зафиксируем некоторое разбиение площади и значения страховых урожайностей  $y_\alpha^i$ .

Найдем такие значения площадей  $S^i$ , которые бы максимизировали суммарный средний доход фермера, т.е. надо решить задачу  $\max_{\sum_i S^i = S, S^i \geq 0} \sum_i S^i [Ey + \psi Er^i(y_\alpha^i)]$ .

Это задача линейного программирования, из свойств которой известно, что количество ненулевых переменных  $S^i$  равно количеству ограничений, т.е. равно единице. Отсюда следует, что решение этой задачи достигается при одном значении  $S^i = S$ , при котором коэффициент максимальный. Следовательно, для решения поставленной задачи достаточно найти  $\max_i \psi Er^i(y_\alpha^i)$ .

Если  $\psi > 0$ , то надо найти максимальное среднее значение выплат при заданном уровне страхования, в противном случае – минимальное.

В [6] также показано, что  $\frac{dEr^i}{dy_\alpha^i} = (y_\alpha^i - y_-)f(y_\alpha^i) > 0$ , т.е.  $Er^i(y_\alpha^i)$  – возрастающая функция своего аргумента и тогда  $\max_i Er^i(y_\alpha^i) = Er^i(\max_i y_\alpha^i)$ .

При  $\psi > 0$  максимум среднего дохода достигается при максимальном значении страхового урожая и наоборот, если  $\psi < 0$ , то максимум среднего дохода достигается при минимальном значении страховой урожайности.

Все это объясняется следующим образом. Если господдержка отсутствует (или мала), а аппетиты страховой компании велики, то с точки зрения получения дохода фермеру страховать не выгодно и наоборот.

Это объяснение оценки предлагаемой стратегии с точки зрения только одного критерия, но имеется другой критерий, с помощью которого мы условились характеризовать надежность получения урожая. В данном случае – это характеристики разброса случайной величины  $Y = \sum_i S^i \hat{y}^i$  – суммарного сбора урожая с учетом страхования на всех участках со своими уровнями страховых урожайностей.

При  $\psi > 0$  (при благоприятных для страхования условиях) оптимальный суммарный урожай равен  $Y = Sy_+$  – постоянной величине с нулевой дисперсией.

При  $\psi < 0$  максимальный урожай будет при минимальном страховании равен  $Y = Sy$  и его разброс будет определяться исходной урожайностью.

Таким образом, получен следующий результат.

Всегда выгоднее страховать весь возделываемый участок с одним страховым уровнем урожайности.

При благоприятных финансовых условиях ( $\psi > 0$ ) для страхования чем больше страховой уровень, тем лучше и с точки зрения величины среднего урожая и с точки зрения получения его надежности. Это естественно, поскольку это тот случай, когда политика страховой компании умеренная, а государство компенсирует все дополнительные расходы.

При других условиях ( $\psi < 0$ ) следует выбирать неформально страховой уровень, исходя из двух критериев: среднего дохода и надежности получения урожая, причем, чем больше значение  $y_\alpha$ , тем выше надежность, но меньше доход. Конкретные значения этих показателей можно вычислить по приведенным формулам.

## Заключение

Приведено краткое описание одной распространенной программы страхования урожая – мультирисковой программы, в которой производитель растениеводческой продукции заключает договор со страховой компанией о страховании урожая на определенных условиях на всей засеянной площади с некоторым значением страховой урожайности. При

этом результат такой сделки фермером оценивается двумя критериями – средним доходом фермера и некоторым критерием, характеризующим надежность получения продукции.

В работе исследован вопрос о целесообразности применения в мультирисковой программе страхования урожая другой стратегии, которая заключается в разбиении всей страхуемой площади на несколько участков, каждый из которых страхуется со своим значением страховой урожайности.

Проведенные исследования показали, что оптимальное решение всегда достигается при количестве участков, равном единице, т.е. при отсутствии разбиения. Другие параметры решения зависят от того, какой доход собирается получить страховая компания от этой сделки, и от величины государственной поддержки.

Когда аппетиты страховщиков невелики и поддержка государства значительна, фермеру целесообразно страховать выращиваемую культуру на всей площади с максимальным значением страховой урожайности. Это естественный результат, поскольку обозначенные условия означают тот факт, что за страхование фермер платит лишь незначительные деньги и поэтому агрострахование в этих условиях абсолютно выгодно.

В противном случае фермер должен выбрать значение страховой урожайности неформально, исходя из компромисса между доходом и надежностью получения урожая, поскольку при страховании при увеличении надежности получения урожая падает средний доход и наоборот.

Все соответствующие формулы для проведения этого неформального выбора приведены в работе.

### **Литература**

1. *Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбит С., Хикман Дж.* Актуарная математика, М.: Янус-К, 2001. 655 с.
2. Страхование урожая сельскохозяйственных культур с государственной поддержкой. // Практическое пособие по организации страхования сельхозкультур. М.: МСХ РФ, ФГУФАГПССАП (Федеральное государственное учреждение «Федеральное агентство по государственной поддержке страхования в сфере агропромышленного производства» Министерства сельского хозяйства РФ).
3. *Довбий И.П.* Страхование агрорисков за рубежом. // Банки. Лизинг. Страхование, 2008. №6.
4. *Гриценко Н.Б., Зимина А.П.* Организация сельскохозяйственного страхования за рубежом // Финансы и кредит, №29, 2006. С. 71–75.
5. Современная практика сельскохозяйственного страхования. // Агрострахование в России, 2004, октябрь. С. 29–42.
6. *Киселев В.Г.* Обоснование региональной мультирисковой программы страхования сельскохозяйственных культур. // Управление большими системами, Сборник трудов. Выпуск 61. М.: ИПУ РАН, 2016. С.168–190.
7. *Киселев В.Г.* Информационная база региональной системы агрострахования. // Труды 5-й международной конференции «Управление большими системами». М.: ИПУ РАН, 2011.
8. *Kiselev V.G.* Information support in agri-insurance. // IEEE Xplore Digital Library. Tenth International Conference Management of Large-Scale System Development (MLSD), Moscow, Russia, 2017.
9. *Киселев В.Г.* Особенности информационного обеспечения системы страхования сельскохозяйственного производства. // Материалы международной научно-практической конференции «Математика и ее приложения. Экономическое прогнозирование: модели и методы», г. Орел, 2011. С.236–240.
10. *Shashi Kiran A.S., K.B. Umesh.* Crop Insurance – Strategy to minimize risk in Agriculture // International Economics, Brasil, 2012.
11. *Lutfor R.M.* Crop insurance as a risk reducing measure: issue and problem // Bangladesh journal of public administration, 1990. Vol.4.

12. *Ginder M., Spaulding A., Fudor K.* Factors affecting crop insurance purchases decisions by farmers in Northern Illinois // *Agricultural Finance Review*, 2009. V.69. №1.
13. *Mahul O., Wright B.* Designing optimal crop revenue insurance // *American journal of Agricultural Economics*, 2003. Vol.85, №3.
14. *Mahul O.* Hedging price risk in the presence of crop yield and revenue insurance // *European Review of Agricultural Economics*, 2003. V.30. №2.
15. *Ahsan S.M., Ali A.G., Kuran N.G.* Toward a theory of Agricultural Insurance // *American Journal of Agricultural Economics*, 1982. V.64. №3.
16. *Rahman M.L.* Crop insurance as a risk reducing measure: issues and problem // *Bangladesh journal of public administration*, 1990. Vol. 4. №1.