DOI: 10.25728/mlsd.2022.0522

ДВУХКРИТЕРИАЛЬНАЯ НЕПРЕРЫВНО ПОВТОРЯЮЩАЯСЯ ЗАДАЧА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Мохонько Е.З.
ФИЦ ИУ РАН,
Россия, г. Москва, ул. Вавилова, д. 40
ezmokhon@mail.ru

Аннотация: Для многокритериальной задачи KL-гарантированное решение является аналогом минимакса для однокритериальной задачи. Найдены достаточные условия существования KL-гарантированного решения. Стратегии лица, принимающего решение, обеспечивающей максимум по Слейтеру, которая требует непрерывного получения информации, поставлена в соответствие эквивалентная стратегия, требующая дискретное получение информации.

Ключевые слова: многокритериальность, дискретный режим получения информации, гарантированное решение.

Введение

Непрерывно повторяющаяся двухкритериальная задача принятия решений при неопределенности построена на основе однокритериальной непрерывно повторяющейся игры из [1, 2] и одношаговой многокритериальной задачи принятия решений при неопределенности [3].

Для наших дней важно уметь определить дискретный режим получения информации, при котором получается тот же результат, что и при непрерывном получении информации. Это важно с точки зрения экономии усилий по восприятию и получению информации. Для непрерывно повторяющейся игры такой результат впервые был получен в [2]. В [3] определено KL-гарантированное решение в одношаговой многокритериальной задаче принятия решений при неопределенности. Это решение является обобщением минимакса для однокритериального случая.

В настоящей работе K соответствует минимуму по Слейтеру или по Парето, а L – максимуму по Слейтеру или по Парето. Возможны различные их сочетания. Например, минимум по Слейтеру и максимум по Парето. SS- и PP-гарантированные решения исследовались в [4] и [5].

Новыми в данной работе являются следующие результаты. Определено KL-гарантированное решение, являющееся обобщением других гарантированных решений в двухкритериальной повторяющейся задаче принятия решений при неопределенности. Найдены достаточные условия его существования. Построен дискретный режим получения информации лицом, принимающим решение, при котором существует то же максимум по Слейтеру, что и максимум по Слейтеру при непрерывном наблюдении. Максимум по Слейтеру может использоваться при определении гарантированного решения. Значит, дискретный режим получения информации возможен при применении какой-то разновидности KL-гарантированного решения.

Основная цель данной работы состоит в получении перечисленных выше результатов.

1 Непрерывно повторяющаяся задача при неопределенности

Рассмотрим двухкритериальную задачу принятия решений при неопределенности

$$\left\langle \bar{X}_1, \bar{X}_2, \left(F^1(x_1,x_2) = \int_0^1 M_1(x(t))dt,\ F^2(x_1,x_2) = \int_0^1 M_2(x(t))dt \right) \right\rangle,$$

$x(t) = (x_1, x_2) \in X = X_1 \times X_2$, X_i – замкнутые, ограниченные множества, M_i непрерывны, $i = 1,2$.

x_i – выбор, значения которого выбираются лицом, принимающим решения (ЛПР), $x_1 \in X_1$, с целью сделать как можно **меньше** две свои функции выигрыша

$$F^1(x_1,x_2) = \int_0^1 M_1(x(t))dt, \tag{1}$$

$$F^2(x_1,x_2) = \int_0^1 M_2(x(t))dt, \tag{2}$$

при том, что помеха (неопределенность) x_2 может быть любой, $x_2 \in X_2$.

Множество выборов X_i^t описываются измеримыми функциями $x_i(t):[0,1]\to X_i$.

ЛПР и помеха используют стратегии с памятью

$$x_1' = \varphi_1(x_2(.,t),t),\quad x_2' = \varphi_2(x_1(.,t),t),\quad t\in[0,1],\quad (x_1',x_2')\in X.$$

По определению при $t=0$ положим $\phi_i = x_i$.

$$x_i(.,t)=\{x_i(\tau),\ 0\le\tau<t\},\ i=1,2.$$

Содержательно эти стратегии означают, что в любой момент времени t известно о поведении партнера на интервале $[0,t)$.

Обозначим стратегии ЛПР и помехи как $\overline{X}_1,\ \overline{X}_2$.

Пусть $x_1^*\in\overline{X}_1$ – некоторая фиксированная стратегия из множества допустимых стратегий ЛПР. Пусть $x_2^*\in\overline{X}_2$ – некоторая фиксированная стратегия из множества допустимых стратегий помехи.

Следуя [3] и учитывая (1), (2) двухкритериальной задаче при неопределенности

$$\left\langle \overline{X}_1,\overline{X}_2,\left(F^1(x_1,x_2)=\int_0^1 M_1(x(t))dt,\ F^2(x_1,x_2)=\int_0^1 M_2(x(t))dt\right)\right\rangle \tag{3}$$

поставим в соответствие две двухкритериальные задачи

$$\left\langle \overline{X}_2,\left(F^1(x_1^*,x_2)=\int_0^1 M_1(x_1^*,x_2(t))dt,\ F^2(x_1^*,x_2)=\int_0^1 M_2(x_1^*,x_2(t))dt\right)\right\rangle \tag{4}$$

и $$\left\langle \overline{X}_1,\left(F^1(x_1,x_2^*)=\int_0^1 M_1(x_1(t),x_2^*)dt,\ F^2(x_1,x_2^*)=\int_0^1 M_2(x_1(t),x_2^*)dt\right)\right\rangle. \tag{5}$$

Для этих задач, опираясь на [3], определим понятия векторного максимума и векторного минимума.

Максимум по Слейтеру. Неопределенность $x_2^S\in\overline{X}_2$ называется *максимальной по Слейтеру* для задачи (4), если при любых $x_2\in\overline{X}_2$ несовместна система неравенств

$$\begin{cases} F^1(x_1^*,x_2^S)<F^1(x_1^*,x_2)\\ F^2(x_1^*,x_2^S)<F^2(x_1^*,x_2)\end{cases}.$$

Минимум по Слейтеру. Выбор ЛПР $x_{1S}\in\overline{X}_1$ называется *минимальным по Слейтеру* для задачи (5), если при любых $x_1\in\overline{X}_1$ несовместна система неравенств

$$\begin{cases} F^1(x_{1S},x_2^*)>F^1(x_1,x_2^*)\\ F^2(x_{1S},x_2^*)>F^2(x_1,x_2^*)\end{cases}.$$

Максимум по Парето. Неопределенность $x_2^P\in\overline{X}_2$ называется *максимальной по Парето* для задачи (4), если при любых $x_2\in\overline{X}_2$ несовместна система неравенств

$$\begin{cases} F^1(x_1^*,x_2^P)\le F^1(x_1^*,x_2)\\ F^2(x_1^*,x_2^P)\le F^2(x_1^*,x_2)\end{cases},$$

из которых, по крайней мере, одно неравенство строгое.

Минимум по Парето. Выбор ЛПР $x_{1P}\in\overline{X}_1$ называется *минимальным по Парето* для задачи (5), если при любых $x_1\in\overline{X}_1$ несовместна система неравенств

$$\begin{cases} F^1(x_{1P},x_2^*)\ge F^1(x_1,x_2^*)\\ F^2(x_{1P},x_2^*)\ge F^2(x_1,x_2^*)\end{cases},$$

из которых, по крайней мере, одно неравенство строгое. Вектор $[F^1(x_{1P},x_2^*),F^2(x_{1P},x_2^*)]$ называется минимумом по Парето в задаче (5).

Определение. Неопределенность $x_2^L \in \overline{X}_2$ назовем *L-максимальной* в задаче (4), если x_2^L будет для задачи (4) при $L = S$ *– максимальной по Слейтеру*, при $L = P$ *– максимальной по Парето*.

Определение. Альтернативу $x_{1K} \in \overline{X}_1$ назовем *K-минимальной* в задаче (5), если x_{1K} будет для задачи (5) при $K = S$ *– минимальной по Слейтеру*, при $K = P$ *– минимальной по Парето*.

Определение. Пару $[x_{1K}, (F^{1,KL}, F^{2,KL})]$ назовем *KL*-гарантированным решением задачи (3) в допустимых стратегиях, если существует неопределенность $x_2^L \in \overline{X}_2$, для которой $F^{1,KL} = F^1(x_{1K}, x_2^L)$, $F^{2,KL} = F^2(x_{1K}, x_2^L)$ и

1. альтернатива x_{1K} является *K*-минимальной в задаче

$$\left\langle \overline{X}_1, \left(F^1(x_1, x_2^L) = \int_0^1 M_1(x_1(t), x_2^L)dt,\ F^2(x_1, x_2^L) = \int_0^1 M_2(x_1(t), x_2^L)dt \right) \right\rangle,\ K = S, P,$$

которую получаем из (3) при фиксированной неопределенности $x_2 = x_2^L$;

2. неопределенность x_2^L является *L*-максимальной в задаче

$$\left\langle \overline{X}_2, \left(F^1(x_{1K}, x_2) = \int_0^1 M_1(x_{1K}, x_2(t))dt,\ F^2(x_{1K}, x_2) = \int_0^1 M_2(x_{1K}, x_2(t))dt \right) \right\rangle,\ L = S, P,$$

которую получаем из (3) при фиксированной альтернативе $x_1 = x_{1K}$.

Пара $(x_{1K}, x_2^L) \in \overline{X}_1 \times \overline{X}_2$ называется *KL-седловой точкой* в задаче (3).

Обозначим $L_1 = \min\limits_{x_1 \in X_1} \max\limits_{x_2 \in X_2} M_1$, $L_2 = \min\limits_{x_1 \in X_1} \max\limits_{x_2 \in X_2} M_2$.

$D_k = \{x \in X \mid M_k(x_1, x_2) > L_k\}$, $k \in \{1, 2\}$.

$\overline{D}_k = \{x \in X \mid M_k(x_1, x_2) \ge L_k\}$.

Обозначим $L_1' = \max\limits_{x_2 \in X_2} \min\limits_{x_1 \in X_1} M_1$, $L_2' = \max\limits_{x_2 \in X_2} \min\limits_{x_1 \in X_1} M_2$,

$\overline{D}_j' = \{x \in X \mid M_j(x_1, x_2) \le L_j'\}$, $j \in \{1, 2\}$,

$D_j' = \{x \in X \mid M_j(x_1, x_2) < L_j'\}$.

Теорема: Пусть $\exists k, k \in \{1, 2\}$, $\exists j, j \in \{1, 2\}$, такие, что $x^0 \in (D_j' \cap D_k)$.

Пара $[x_{1K}, (F^{1,KL}, F^{2,KL})]$, где $F^{1,KL} = F^1(x_{1K}, x_2^L)$, $F^{2,KL} = F^2(x_{1K}, x_2^L)$ является гарантированным решением задачи (3) в допустимых стратегиях.

Здесь обозначены как x_{1K}, x_2^L следующие стратегии:

$$x_{1K}(x_2(.,t), t) = \begin{cases} x_1^0, \left(x_2(.,t) \equiv x_2^0(.,t)\right) \vee (t = 0) \\ x_1^n \in Arg \min\limits_{x_1 \in X_1} \max\limits_{x_2 \in X_2} M_k(x_1, x_2),\ x_2(.,t) \ne x_2^0(.,t), \end{cases} \tag{6}$$

$$x_2^L(x_1(.,t), t) = \begin{cases} x_2^0, \left(x_1(.,t) \equiv x_1^0(.,t)\right) \vee (t = 0) \\ x_2^n \in Arg \max\limits_{x_2 \in X_2} \min\limits_{x_1 \in X_1} M_j(x_1, x_2),\ x_1(.,t) \ne x_1^0(.,t). \end{cases} \tag{7}$$

Доказательство теоремы.

Надо показать, что при стратегии (7) стратегия (6) является *K*-минимумом.

Пусть t – время начала отступления ЛПР от стратегии x_{1K}, $x_1(t) \ne x_{1K}$. Это значит, что $x_1(t) \ne x_1^0$, так что в результате значение F^j будет такое

$$F^j(x_1(t), x_2^L) = \int_0^t M_j(x_1^0, x_2^0)dt + \int_t^1 M_j(x_1(t), x_2^n)dt \ \geq$$

$$\geq \int_0^t M_j(x_1^0, x_2^0)dt + L_j^{'}(1-t) > \int_0^1 M_j(x_1^0, x_2^0)dt = F^j(x_{1K}, x_2^L),$$

так как $(x_1^0, x_2^0) \in D_j^{'} = \{x \in X \mid M_j(x_1, x_2) < L_j^{'}\}$.

То есть стратегия x_{1K} является K-минимальной стратегией, так как при любом отклонении $x_1 \in \overline{X}_1$ ЛПР от этой стратегии не выполняется система неравенств

$$\begin{cases} F^1(x_{1K}, x_2^L) \geq F^1(x_1, x_2^L) \\ F^2(x_{1K}, x_2^L) \geq F^2(x_1, x_2^L) \end{cases},$$

из которых, по крайней мере, одно неравенство строгое.

И не выполняется система неравенств

$$\begin{cases} F^1(x_{1K}, x_2^L) > F^1(x_1, x_2^L) \\ F^2(x_{1K}, x_2^L) > F^2(x_1, x_2^L) \end{cases}.$$

То есть K либо P, либо S.

Далее надо показать, что стратегия помехи (7) является L-максимумом при стратегии ЛПР (6).

Пусть t – время начала отступления помехи от стратегии x_2^L, $x(t) \neq x_2^L$. Это значит, что $x_2(t) \neq x_2^0$, так что в результате значение F^K будет такое

$$F^k(x_{1K}, x_2) = \int_0^t M_k(x_1^0, x_2^0)dt + \int_t^1 M_k(x_1^n, x_2)dt \ \leq \int_0^t M_k(x_1^0, x_2^0)dt + L_k(1-t) <$$

$$< \int_0^1 M_k(x_1^0, x_2^0)dt = F^k(x_{1K}, x_2^L),$$

так как $(x_1^0, x_2^0) \in D_k = \{x \in X \mid M_k(x_1, x_2) > L_k\}$.

То есть стратегия x_2^L является L-максимальной стратегией, так как при любом отклонении $x_2 \in \overline{X}_2$ помехи от этой стратегии не выполняется система неравенств

$$\begin{cases} F^1(x_{1K}, x_2^L) < F^1(x_{1K}, x_2) \\ F^2(x_{1K}, x_2^L) < F^2(x_{1K}, x_2) \end{cases}.$$

И не выполняется система неравенств

$$\begin{cases} F^1(x_{1K}, x_2^L) \leq F^1(x_{1K}, x_2) \\ F^2(x_{1K}, x_2^L) \leq F^2(x_{1K}, x_2) \end{cases},$$

из которых, по крайней мере, одно неравенство строгое.

То есть L либо S, либо P.

Значит, действительно, пара $[x_{1K}, (F^{1,KL}, F^{2,KL})]$, где $F^{1,KL} = F^1(x_{1K}, x_2^L)$, $F^{2,KL} = F^2(x_{1K}, x_2^L)$ является KL-гарантированным решением задачи (3) в допустимых стратегиях.

Пример. $F^1(x_1, x_2) = \int_0^1 (x_1 - \frac{1}{2}x_2)dt$, $F^2(x_1, x_2) = \int_0^1 (x_2 - \frac{1}{2}x_1)dt$, $0 \leq t \leq 1$, $0 \leq x_1 \leq 1$, $0 \leq x_2 \leq 1$,

$$L_2^{'} = \max_{x_2 \in [0,1]} \min_{x_1 \in [0,1]} M_2 = \frac{1}{2}.$$

$$(x_1^0 = 1, x_2^0 = 1) \notin D_2^{'}, \quad D_2^{'} = \{x \in X \mid M_2(x_1, x_2) < L_2^{'}\} \neq \varnothing,$$

$$(x_1^0 = 1, x_2^0 = 1) \in \overline{D}_2^{'}, \quad \overline{D}_2^{'} = \{x \in X \mid M_2(x_1, x_2) \leq L_2^{'}\},$$

$M_1(1{,}1) = M_2(1{,}1) = L_2^{'} = \dfrac{1}{2}.$

$$x_2^S(x_1(.,t),t) = \begin{cases} 1, \big(x_1(.,t) \equiv \{1 \mid (0 \le \tau < t)\}\big) \vee (t=0) \\ x_2^n = 1 \in Arg \max\limits_{x_2 \in X_2} \min\limits_{x_1 \in X_1} M_2(x_1,x_2), \;\; x_1(.,t) \ne x\{1 \mid (0 \le \tau \le t)\} \end{cases}$$

$L_1 = \min\limits_{x_1 \in [0,1]} \max\limits_{x_2 \in [0,1]} M_1 = 0, \quad (x_1^0 = 1, x_2^0 = 1) \in D_1, \quad D_1 = \{x \in X \mid M_1(x_1,x_2) > L_1 = 0\} \ne \varnothing,$

$M_1(x_1^0, x_2^0) = \dfrac{1}{2} > L_1 = 0.$

$$x_{1P} = \begin{cases} 1, \big(x_2(.,t) \equiv \{1 \mid (0 \le \tau < t)\}\big) \vee (t=0) \\ 0 \in Arg \min\limits_{x_1 \in [0,1]} \max\limits_{x_2 \in [0,1]} M_1(x_1,x_2), \;\; x_2(.,t) \ne x\{1 \mid (0 \le \tau < t)\}. \end{cases}$$

Если в момент времени t $\;x_1(\,.\,,t) \ne x_1^0,\;\; x_1(.,\tau) \equiv x_1^0,\;\; \tau < t,$ то в результате значение F^2 будет такое

$$F^2(x_1(t), x_2^S) = \int_0^t M_2(x_1^0, x_2^0)dt + \int_t^1 M_2(x_1(t), x_2^n)dt \;\ge \int_0^t M_2(x_1^0, x_2^0)dt + L_2^{'}(1-t) =$$

$$= F^2(x_1^0, x_2^0) = F^2(x_{1P}, x_2^S) = \frac{1}{2}.$$

$F^2(x_1(t), x_2^S)$ может равняться $\dfrac{1}{2}$. В этом случае надо проверить, чему равняется $F^1(x_1(t), x_2^S) \cdot F^1(x_1(t), x_2^S) = \displaystyle\int_0^1 x_1(t)dt - \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$ если $\displaystyle\int_0^1 x_1(t)dt = 1.$

Если $\displaystyle\int_0^1 x_1(t)dt < 1$, то $\displaystyle F^2(x_1(t), 1) = 1 - \frac{1}{2}\int_0^1 x_1(t)dt > \frac{1}{2}.$ Подчеркнем, что в этом случае $F^2(x_1(t), x_2^S)$ не равняется $\dfrac{1}{2}$, а больше.

Нет такого x_1, чтобы выполнялась система неравенств

$$\begin{cases} F^1(x_{1P}, x_2^S) \ge F^1(x_1, x_2^S) \\ F^2(x_{1P}, x_2^S) \ge F^2(x_1, x_2^S) \end{cases},$$

из которых, по крайней мере, одно неравенство строгое. x_{1P} – минимум по Парето.

Если в момент времени t $\;x_2(.,t) \ne x_2^0,\;\; x_2(.,\tau) \equiv x_2^0,\;\; \tau < t,$ то в результате значение F^1 будет такое

$$F^1(x_{1P}, x_2(t)) \le \int_0^t M_1(x_1^0, x_2^0)dt + L_1(1-t) < \int_0^1 M_1(x_1^0, x_2^0)dt \; = F^1(x_1^0, x_2^0) = F^1(x_{1P}, x_2^S) = \frac{1}{2}.$$

Нет такого x_2, чтобы выполнялась система неравенств

$$\begin{cases} F^1(x_{1P}, x_2^S) < F^1(x_{1P}, x_2) \\ F^2(x_{1P}, x_2^S) < F^2(x_{1P}, x_2) \end{cases}, \quad x_2^S \text{ – максимум по Слейтеру.}$$

$F^{1,PS} = F^1(x_{1P}, x_2^S) = \dfrac{1}{2}, \quad F^{2,PS} = F^2(x_{1P}, x_2^S) = \dfrac{1}{2}.$

Пара $[x_{1P}, (F^{1,PS}, F^{2,PS})]$ является *PS*-гарантированным решением задачи (3) в допустимых стратегиях.

Пример показывает, что найденные в теореме условия именно достаточные, а не необходимые.

2 О дискретном режиме получения информации

Определим достаточные условия существования максимума по Слейтеру.

Пусть $\exists k, k \in \{1, 2\}$ такое, что

$$\overline{D}_k = \{x \in X \mid M_k(x_1, x_2) \geq L_k\} \neq \varnothing, \quad (x_1^0, x_2^0) \in \overline{D}_k.$$

Например, пусть $k = 2$.

Стратегия вида $x_2(t) \equiv x_2^0, \quad t \in [0, 1]$ при

$$x_1^* = \varphi_1^0(x_2(., t), t) = \begin{cases} x_1^0, \left(x_2(., t) \equiv x_2^0(., t)\right) \vee (t = 0) \\ x_1^n \in Arg \min\limits_{x_1 \in X_1} \max\limits_{x_2 \in X_2} M_2(x_1, x_2), \ \ x_2(., t) \neq x_2^0(., t) \end{cases}$$

является максимальной по Слейтеру.

Докажем это.

Если в момент времени t $\ x_2(.,t) \neq x_2^0, \quad x_2(.,\tau) \equiv x_2^0, \ \tau < t,$ то в результате значение F^2 будет такое

$$F^2 = \int_0^t M_2(x_1^0, x_2^0)dt + L_2(1-t) \ \leq \ \int_0^1 M_2(x_1^0, x_2^0)dt = F^2(x_1^0, x_2^0).$$

То есть стратегия $x_2(.,t) \equiv x_2^0, \quad t \in [0,1],$ является максимальной по Слейтеру стратегией $x_2^S \in \overline{X}_2,$ так как при любом отклонении помехи x_2 от этой стратегии не выполняется система неравенств

$$\begin{cases} F^1(x_1^*, x_2^S) = F^1(x_1^*, x_2^0) < F^1(x_1^*, x_2) \\ F^2(x_1^*, x_2^S) = F^2(x_1^*, x_2^0) < F^2(x_1^*, x_2) \end{cases}.$$

Итак, доказано, что стратегия $x_2(.,t) \equiv x_2^0, \quad t \in [0,1],$ является максимумом по Слейтеру в задаче (4). Аналогичные рассуждения можно провести и для $k = 1$.

Таким образом, достаточным условием существования максимума по Слейтеру является выполнение условия:

$\exists k, k \in \{1, 2\}$ такое, что $\overline{D}_k = \{x \in X \mid M_k(x_1, x_2) \geq L_k\} \neq \varnothing.$

При использовании стратегий $\varphi_1^0(x_2(., t), t)$ ЛПР получает информацию непрерывно. Оказывается, такое непрерывное получение информации не нужно. Можно получать информацию в отдельные моменты времени. Пусть

$$D_2 = \{x \in X \mid M_2(x_1, x_2) > L_2\} \neq \varnothing, \quad (x_1^0, x_2^0) \in D_2.$$

Стратегия $x_2(.,t) \equiv x_2^0, \quad t \in [0,1]$ при

$$x_1^* = \varphi_1^0(x_2(., t), t) = \begin{cases} x_1^0, \left(x_2(., t) \equiv x_2^0(., t)\right) \vee (t = 0) \\ x_1^n \in Arg \min\limits_{x_1 \in X_1} \max\limits_{x_2 \in X_2} M_2(x_1, x_2), \ x_2(., t) \neq x_2^0(., t) \end{cases}$$

является максимальной по Слейтеру.

Рассмотрим стратегию

$$x'^*_1 = \varphi_1^0(x_2(., t), t) = \begin{cases} x_1^0, (x_2(., t_k) \equiv x_2^0(., t_k)) \vee (t = 0) \\ x_1^n \in Arg \min\limits_{x_1 \in X_1} \max\limits_{x_2 \in X_2} M_2(x_1, x_2), \quad x_2(., t_k) \neq x_2^0(., t_k). \end{cases}$$

При такой стратегии $x_2(.,t) \equiv x_2^0, \ t \in [0,1],$ является максимальной по Слейтеру при определенном подборе [2] моментов t_k. Определим эти моменты следующим образом:

$$t_k = 1 - q^k, \quad k = 1, 2, \ldots, \quad q(x^0) = \frac{M_2^* - M_2^0}{M_2^* - L_2}, \quad M_2^0 = M_2(x^0), \quad M_2^* = \max_{x_2} M_2(x_1^0, x_2).$$

Выберем момент первого наблюдения t_1 так, чтобы $M_2^* t_1 + L_2(1 - t_1) = M_2^0.$ Тогда отклонившаяся на $[0, t_1)$ помеха будет наказана после обнаружения отклонения ЛПР и выигрыш помехи будет не больше, чем ее выигрыш без отклонения.

Аналогично для следующего момента имеем $M_2^*(t_2-t_1)+L_2(1-t_2)=M_2^0(1-t_2)$.

Учтем, что $1-q=(M_2^0-L_2)/(M_2^*-L_2)$. Получаем $t_2=1-q^2$.

Выбирая моменты t_k по такому алгоритму, придем к формуле $t_k=1-q^k$, $k=1,2,...$

Если в момент времени t, $t_{k-1}\le t<t_k$, $x_2(.,t)\ne x_2^0$, $x_2(.,\tau)\equiv x_2^0$, $\tau<t$, то

$$F_2\le M_2^0 t+M_2^*(t_k-t)+L_2(1-t_k)\ \le\ M_2^0 t_k+M_2^*(t_k-t_{k-1})+L_2(1-t_k)=M_2^0.$$

При любом отклонении помехи $x_2\in\overline{X}_2$ от $x_2^0 F^2(x'^*_1,x_2)\le F^2(x'^*_1,x_2^0)$. $x_2(t)=x_2^0$, $t\in[0,1]$, является максимальной по Слейтеру стратегией при x'^*_1. ЛПР может получать информацию дискретно и получать тот же результат, который он получает при непрерывном получении информации.

В то же время получать информацию об $x_2(t)$ надо не более, чем счетное число раз.

Заключение

В исследовании операций, в частности, в теории игр, вопрос формулировки принципа оптимальности, подходящего для конкретной модели принятия решений и его исследование является очень важным [6], [7].

В данной работе рассматривается двухкритериальная непрерывно повторяющаяся задача принятия решений при неопределенности. Для нее дано определение *KL*-гарантированного решения и определены достаточные условия его существования. На примере показано, что определены именно достаточные, а не необходимее условия. Показано также, что максимум по Слейтеру существует не только при непрерывном получении информации, но и тогда, когда ЛПР получает информацию дискретным образом, не более чем счетное число раз. Результат при непрерывном получении информации и при дискретном – один и тот же. Максимум по Слейтеру может входить в некоторые виды *KL*-гарантированного решения. По крайней мере, для этих случаев ЛПР может использовать дискретный режим получения информации.

Развитый в данной работе подход можно применить и для изучения других принципов оптимальности для двухкритериальной задачи принятия решений при неопределенности.

Литература

1. *Кононенко А.Ф.* Постановка задачи. Модель с непрерывным временем // Современное состояние теории исследования операций. Сборник научных трудов. – М.: Наука, 1979. – С. 173–179.
2. *Кононенко А.Ф.* О задаче наблюдения в повторяющихся операциях // Современное состояние теории исследования операций. Сборник научных трудов. – М.: Наука, 1979. – С. 179–182.
3. *Жуковский В.И., Жуковская Л.В.* Риск в многокритериальных и конфликтных системах при неопределенности. – М.: Издательство ЛКИ, 2010. – 272 с.
4. *Мохонько Е.З.* Критерии оптимальности в двухкритериальной повторяющейся задаче принятия решений при неопределенности // Сборник научных трудов XV Всероссийской с межд. участием школы-симпозиума АМУР-2021, Симферополь–Судак, 14–27 сентября 2021. – Симферополь: ИП Корниенко А. А., 2021. – С. 279–285.
5. *Мохонько Е.З.* Некоторая двухкритериальная повторяющаяся задача принятия решений при неопределенности // Труды XVIII Всероссийской с межд. участием науч.-практич. конф. «Теория и практика экономики и предпринимательства. Симферополь – Гурзуф. 27–29 апреля 2021 года» – Симферополь: Издат. дом КФУ, 2021. – С. 71–75.
6. *Воробьёв Н.Н.* Игр теория // Математическая энциклопедия. – М.: Советская энциклопедия, 1979, т. 2. – С. 469–475.
7. *Воробьёв Н.Н.* Исследование операций // Математическая энциклопедия. – М.: Советская энциклопедия, 1979, т. 2. – С. 676–680.