DOI: 10.25728/mlsd.2022.0620

РЕГУЛИРОВАНИЕ ПО ВЫХОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ С СИГНАЛЬНО НЕОПРЕДЕЛЕННЫМ ГЕНЕРАТОРОМ ЗАДАНИЯ

Уткин В.А.
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, г. Москва ул. Профсоюзная д.65
vicutkin@ipu.ru

Аннотация: Рассматривается задача слежения за заданным сигналом в линейных неминимально фазных многомерных системах в условиях сигнальной неполной информации о векторе состояния модели объекта управления и генератора заданий. В отличие от известных подходов предполагается, что на вход генератора заданий подается неизвестный сигнал, позволяющий в реальном времени изменять поведения генератора заданий. Для информационного обеспечения в реализации предлагаемых алгоритмов используются наблюдатели состояний на основе теории скользящих режимов и глубоких обратных связей.

Ключевые слова: системы с одним входом и одним выходом, неминимально фазные системы, динамический генератор задания, блочный подход.

Введение

Рассматривается решение задачи слежения по выходным переменным в системах с неустойчивой нулевой динамикой. В известных подходах к решению этой задачи [1, 2] задающие воздействия порождаются динамическим генератором задания. Рассматривая задающие сигналы в качестве внешних возмущений, эта задача может быть сведена к задаче обеспечения инвариантности к внешним возмущениям относительно выходных переменных, в частности, в рамках теории скользящих режимов и глубоких обратных связей [3].

Следует отметить, что применительно к неминимально фазным системам возникает дополнительная задача обеспечения устойчивости (ограниченности) вектора состояний подсистемы нулевой динамики, которая имеет эффективное решение только для случая, когда задающие сигналы порождаются динамическим генератором заданий известной структуры. Различные предположения о структуре генератора задания, например в [4,5], так или иначе, сводятся к решению задачи идентификации генератора заданий. Для нелинейных систем разработаны методы решения задачи слежения также с использованием динамического нелинейного генератора заданий, в частности, с использованием теории скользящих режимов [6-7] удается решать задачи слежения в робастной постановке. В условиях сигнальной неопределенности могут быть использованы наблюдатели для оценивания вектора состояния объекта управления и генератора задания вместе с неизвестным управляющим входом на основе наблюдателей с использованием скользящих режимах и глубоких обратных связей [8].

В данной работе рассматриваются методы решения задачи слежения для неминимально фазных систем в предположениях, что задающее воздействие порождается динамическим генератором с входным воздействием в виде произвольной функции времени. В тексте доклада предложенные подходы демонстрируются на одной и той же модели объекта управления.

Работа имеет следующую структуру. В разделе 1 приводится классическая схема решения задачи слежения за задающим сигналом, порождаемым автономным динамическим генератором задания. Использование в этой задаче блочного подхода позволяет декомпозировать синтез задачи большой размерности на независимо решаемые подзадачи меньшей размерности. В разделе 2 предложен подход к решению задачи слежения для задания, описываемого произвольной функцией времени. В разделе 3 рассматривается скомбинированный случай, когда задание порождается динамическим генератором задания с неизвестным входом.

1 Классическая постановка задачи

Рассматривается многомерная линейная система

$$\dot{x} = Ax + bu,\ y_1 = \mathrm{d}^{\mathrm{T}} x, \tag{1}$$

где $x(t) \in R^n$, $u(t),\ y_1(t) \in R$ – вектор состояния, управляющих воздействий и выходных (измеряемых и регулируемых) переменных соответственно, пара (A, b) - управляемая, пара (d^T, A) - наблюдаемая и известна относительная степень системы $\nu = \min\limits_i \{dA^{(i-1)}b\} \neq 0,\ i = \overline{1, n}$.

Для системы (1) ставится задача синтеза обратной связи, обеспечивающей асимптотическую сходимость выходной переменной $y_1(t)$ к заданному сигналу $\eta_1(t)$

$$\lim_{t\to\infty} e_1(t) = 0,\ e_1(t) = y_1(t) - \eta_1(t) \tag{2}$$

в предположении, что заданный сигнал порождается динамической моделью вида

$$\dot{w} = Ww,\ \eta_1 = \mathrm{r}^{\mathrm{T}} w, \tag{3}$$

где $w(\mathrm{t}) \in R^l, \eta_1(t) \in R,\ r \in R^l$, пара (r^T, W) наблюдаемая.
Приведем классическое решение задачи (2).

Введем невырожденную замену переменных $\bar{x} = x - R_0 w$, где $x \in R^n$, матрица $\mathrm{R}_0 \in R^{n\times l}$ удовлетворяет уравнению $d^T R_0 = \mathrm{r}^{\mathrm{T}}$, и запишем систему (1) в виде

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + bu + (AR_0 - R_0 W)w,\ e_1 = d^T \bar{x}. \tag{4}$$

Задача слежения сводится к задаче стабилизации выхода системы (4).
Выберем управление в виде

$$u = k_0^T \bar{x} + l_0^T w, \tag{5}$$

так, чтобы в замкнутой системе (4)–(5)

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}_0 \bar{x} + (bl_0^T + AR_0 - R_0 W)w \tag{6}$$

матрица $\bar{A}_0 = (A + bk_0^T)$ была гурвицевой (с произвольно назначаемым спектром в силу управляемости исходной системы), число l_0 определяются далее.

Представим вектор состояния системы (6) в виде суммы компонент $\bar{x} = \bar{x}_s + M_0 w$, где $\dot{\bar{x}}_s = \bar{A}_0 \bar{x}_s$, матрица M_0 определяется далее, откуда следует

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}_0 \bar{x}_s + M_0 Ww, \tag{7}$$

а уравнение (6) примет вид:

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}_0 \bar{x}_s + (\bar{A}_0 M_0 + bl_0^T + AR_0 - R_0 W)w,\ e_1 = d^T(\bar{x}_s + M_0 w) \tag{8}$$

Задачу слежения по выходной переменной решает выбор M_0 из соотношения

$$\bar{A}_0 M_0 + bl_0^T + AR_0 - R_0 W = M_0 W,\ d^T M_0 = 0. \tag{9}$$

Если система матричных уравнений (9) имеет решение относительно матриц M_0, l_0, то обеспечивается асимптотическое решение задачи слежения с произвольными темпами сходимости, определяемыми матрицей собственных движений замкнутой системы (6): $\dot{\bar{x}}_s = \bar{A}_0 \bar{x}_s$, $e_1 = d^T \bar{x}_s$.

Пример 1

Рассмотрим следующую систему второго порядка

$$\dot{\mathrm{x}}_1 = -x_1 - x_2 + u,\ \ \dot{x}_2 = 2u, e_1 = x_1 - \eta_1 \to 0,\ \dot{w} = Ww,\ \eta_1 = \mathrm{r}^{\mathrm{T}} w. \tag{10}$$

После замены переменных вида $\bar{x}_2 = \mathrm{x}_2 - 2\mathrm{x}_1$ система (10) примет вид $\dot{\mathrm{x}}_1 = -3x_1 - \bar{x}_2 + u,\ \dot{\bar{x}}_2 = 6x_1 + 2\bar{x}_2$ или относительно невязки $\mathrm{e}_1 = x_1 - \eta_1$:

$$\dot{\mathrm{e}}_1 = -3(e_1 + r^T w) - \bar{x}_2 + u - r^T Ww,\ \dot{\bar{x}}_2 = 6(e_1 + r^T w) + 2\bar{x}_2. \tag{11}$$

Следующая замена переменных

$$\bar{\mathrm{e}}_1 = e_1 + k_2 \bar{x}_2 + q_0^T w \tag{12}$$

выбором коэффициента $k_2 > \frac{1}{3}$ стабилизирует собственные движения нулевой динамики

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\mathrm{e}}}_1 &= -3(\bar{e}_1 - k_2\bar{x}_2 - q_0^T w + r^T w) - \bar{x}_2 + u + k_2\dot{\bar{x}}_2 + q_0^T Ww, \\ \dot{\bar{x}}_2 &= 6\bar{e}_1 - (6k_2 - 2)\bar{x}_2 + 6(r^T - q_0^T)w \end{aligned} \tag{13}$$

Выбор управления в виде $\mathrm{u} = 3(\bar{e}_1 - k_2\bar{x}_2 - q_0 w + r^T w) + \bar{x}_2 - k_2\dot{\bar{x}}_2 - q_0^T Ww - k_1\bar{e}_1$ приводит замкнутую систему (13) к виду

$$\dot{\bar{\mathrm{e}}}_1 = k_1\bar{e}_1,\ \dot{\bar{x}}_2 = 6\bar{e}_1 - (6k_2 - 2)\bar{x}_2 + 6(r^T - q_0^T)w. \tag{14}$$

Представим вектор подсистемы нулевой динамики в виде

$$\bar{x}_2 = \bar{x}_{2s} + m_0^T w, \ \ \bar{x}_{2s} = -(6k_2 - 2)\bar{x}_{2s}, \tag{15}$$

откуда следует

$$\dot{\bar{x}}_2 = -(6k_2 - 2)\bar{x}_{2s} + m_0^T W w. \tag{16}$$

При этом подсистема нулевой динамики (13) примет вид

$$\dot{\bar{x}}_2 = 6\bar{e}_1 - (6k_2 - 2)(\bar{x}_{2s} + m_0^T w) + 6(r^T - q_0^T)w. \tag{17}$$

Приравнивая в системах (16) и (17) члены с вектором состояния генератора задания, имеем систему алгебраических уравнений

$$-(6k_2 - 2)m_0^T + 6(r^T - q_0^T) = m_0^T W, \ k_2 m_0^T + q_0^T = 0, \tag{18}$$

которая решается для случая $\det W \neq 0$ в явном виде:

$$\mathrm{q}_0^{\mathrm{T}} = -k_2 m_0^T \Rightarrow -(6k_2 - 2)m_0^T + 6(r^T + k_2 m_0^T) = m_0^T W \Rightarrow \ -(6k_2 - 2)m_0^T + 6(r^T + k_2 m_0^T) = m_0^T W$$

$$2m_0^T - m_0^T W = -6r^T \Rightarrow m_0^T(2W^{-1} - I) = -6r^T W^{-1} \Rightarrow m_0^T = -6r^T W^{-1}(2W^{-1} - I)^{-1}.$$

Отметим, что второе уравнение (18) получается из требования на равенство нулю составляющей $k_2\bar{x}_2 + q_0^T w = k_2(\bar{x}_{2s} + m_0^T w) + q_0^T w \Rightarrow k_2 m_0^T + q_0^T = 0$ в (12)

Непосредственное использование приведенного выше алгоритма решения задачи слежения имеет ряд недостатков. Во-первых, модель генератора задания в форме (3) подразумевает неизменное задание на всем интервале управления, что существенно ограничивает область использования приведенного в разделе 1.1 результата. Во-вторых, для синтеза управления (6) требуется информация о векторе состояний и объекта управления и генератора задания, что редко встречается на практике.

2 Задаче слежения по произвольному заданию

Ставится задача решения задачи слежения (2) $\lim\limits_{t\to\infty} e_1(t) \to 0, \ e_1(t) = y_1(t) - \eta(t)$, где $|\eta(t)| \le N, |\dot{\eta}(t)| \le \bar{N}, \ N, \bar{N} = const > 0$.

Повторяя процедуру раздела 1.1, введем невырожденную замену переменных $\bar{x} = x - \mathrm{r}_0\eta$, где $x \in R^n$, матрица $\mathrm{r}_0 \in R^{n\times 1}$ удовлетворяет уравнению $d^T r_0 = 1 \Rightarrow \mathrm{r}_0 = d^+, \, d^T d^+ = 1$, и запишем систему (1) в виде

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + bu - r_0\dot{\eta}, \ e_1 = d^T\bar{x}. \tag{19}$$

Задача слежения сводится к задаче стабилизации выхода системы (19).

Выберем управление в виде

$$u = k_0^T\bar{x} + q_0\eta + q_1\dot{\eta}, \tag{20}$$

так, чтобы в замкнутой системе (19)–(20)

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}_0\bar{x} + b(q_0\eta - q_1\dot{\eta}) - r_0\dot{\eta} \tag{21}$$

матрица $\bar{A}_0 = (A + bk_0^T)$ была гурвицевой (с произвольно назначаемым спектром в силу управляемости исходной системы), числа q_1 и q_0 определяются далее.

Представим вектор состояния системы (21) в виде суммы компонент $\bar{x} = \bar{x}_s + m_0\eta$, где $\dot{\bar{x}}_s = \bar{A}_0\bar{x}_s$, вектор–столбец матрица m_0 определяется далее, откуда следует

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}_0\bar{x}_s + \mathrm{m}_0\dot{\eta}, \tag{22}$$

а уравнение (21) примет вид:

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}_0\bar{x}_s + \bar{A}_0 m_0\eta + b(q_0\eta - q_1\dot{\eta}) - r_0\dot{\eta}, \ e_1 = d^T(\bar{x}_s + m_0\eta) \tag{23}$$

Задачу регулирования по выходным переменным решает выбором вектора m_0 и коэффициентов q_0, q_1 из соотношения

$$\bar{A}_0 m_0 + bq_0 = 0, \, bq_1 + r_0 + m_0 = 0, \ d^T m_0 = 0. \tag{24}$$

Если система матричных уравнений (24) имеет решение, то обеспечивается асимптотическое решение задачи слежения с произвольными темпами сходимости, определяемыми матрицей собственных движений замкнутой системы (17): $\dot{\bar{x}}_s = \bar{A}_0\bar{x}_s$, $e_1 = d^T\bar{x}_s$.

Покажем на примере, что точность решения задачи слежения в этом случае определяется скоростью изменения задающего сигнала.

Далее используется следующий результат.

Лемма [9]

Пусть дана система вида $\dot{x} = -kx + \eta,\ \mathrm{k} = \mathrm{const} > 0,\ |\eta| \le N,\ |\dot{\eta}| \le \bar{N}, N, \bar{N} = const$. Тогда через конечный промежуток времени справедливы оценки вида:

1. $|x| \le \delta = \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{k}}, |\dot{x}| \le \bar{\delta} = \dfrac{\bar{N}}{k}$ и, следовательно, $|-kx+\eta| \le \bar{\delta}$. 2. Для следующего выражения справедлива оценка $(k+l_1)x+\eta = kx + l_1x + \eta \Rightarrow |(k+l_1)x+\eta| \le \bar{\delta} + |l_1|\delta$.

Пример 2

Рассмотрим следующую систему второго порядка

$$\dot{\mathrm{x}}_1 = -x_1 - x_2 + u,\ \ \dot{x}_2 = 2u, e_1 = x_1 - \eta(\mathrm{t}) \to 0. \tag{25}$$

После замены переменных вида $\bar{x}_2 = \mathrm{x}_2 - 2\mathrm{x}_1$ система (25) примет вид $\dot{\mathrm{x}}_1 = -3x_1 - \bar{x}_2 + u,\ \dot{\bar{x}}_2 = 6x_1 + 2\bar{x}_2$ или относительно невязки $\mathrm{e}_1 = x_1 - \eta$:

$$\dot{\mathrm{e}}_1 = -3(e_1+\eta) - \bar{x}_2 + u - \dot{\eta},\ \dot{\bar{x}}_2 = 6(e_1+\eta) + 2\bar{x}_2. \tag{26}$$

Следующая замена переменных

$$\bar{\mathrm{e}}_1 = e_1 + k_2\bar{x}_2 + q_0\eta \tag{27}$$

выбором коэффициента $k_2 > \frac{1}{3}$ стабилизирует собственные движения нулевой динамики

$$\dot{\bar{\mathrm{e}}}_1 = -3(\bar{e}_1 - k_2\bar{x}_2 - q_0\eta + \eta) - \bar{x}_2 + u + k_2\dot{\bar{x}}_2 + q_0\dot{\eta},\ \dot{\bar{x}}_2 = 6\bar{e}_1 - (6k_2-2)\bar{x}_2 - 6(q_0-1)\eta. \tag{28}$$

Выбор управления

$\mathrm{u} = 3(\bar{e}_1 - k_2\bar{x}_2 - q_0\eta + \eta) + \bar{x}_2 - k_2\dot{\bar{x}}_2 - q_0\dot{\eta} - k_1\bar{e}_1$ приводит замкнутую систему к виду

$$\dot{\bar{\mathrm{e}}}_1 = k_1\bar{e}_1,\ \dot{\bar{x}}_2 = 6\bar{e}_1 - (6k_2-2)\bar{x}_2 - 6(q_0-1)\eta, \tag{29}$$

С учетом того, что в выражении (27) обеспечивается равенство нулю переменной $\bar{\mathrm{e}}_1 = 0$, задача слежения будет решена при стремлении в ноль переменной

$$|\mathrm{z}| = |k_2\bar{x}_2 + q_0\eta| \to 0. \tag{30}$$

Согласно Лемме из второго уравнения (29) при $\bar{\mathrm{e}}_1 = 0$ имеем оценку

$$|-2(3k_2-1)\bar{x}_2 - 6(q_0-1)\eta| \le \frac{6|\mathrm{q}_0 - 1|\bar{\mathrm{N}}}{2(3\mathrm{k}_2-1)} \tag{31}$$

Выберем параметр q_0 в (27) из соотношения вида

$$\frac{6(q_0-1)}{2(3k_2-1)} = \frac{q_0}{k_2} \Rightarrow q_0 = 3k_2. \tag{32}$$

Тогда, второе уравнение (29) примет вид

$$\dot{\bar{x}}_2 = \bar{\mathrm{e}}_1 + (3k_2-1)(2\bar{x}_2 + 6\eta). \tag{33}$$

Согласно лемме имеем оценку

$$\ddot{\bar{x}}_2 = \dot{\bar{\mathrm{e}}}_1 + (3k_2-1)(2\dot{\bar{x}}_2 + 6\dot{\eta}) \Rightarrow |\dot{\bar{x}}_2| \le 3\bar{N} \tag{34}$$

и, следовательно, справедливо соотношение

$$2(3k_2-1)|\bar{x}_2 + 3\eta| \le 3\bar{N} \Rightarrow |\bar{x}_2 + 3\eta| \le \frac{3\bar{N}}{2(3k_2-1)}. \tag{35}$$

И, наконец, с учетом (35), имеем оценку переменной (30):

$$\mathrm{z} = k_2\bar{x}_2 + 3k_2\eta \Rightarrow |z| = k_2|\bar{x}_2 + 3\eta| \le \frac{3k_2\bar{N}}{2(3k_2-1)}. \tag{36}$$

Таким образом, как следует из (36), точность решения задачи слежения зависит от скорости изменения задающего сигнала или более точно, определяется производной по времени задающего сигнала: при стремлении производной задающего сигнала к нулю выходной координата точно воспроизводит задающий сигнал.

3 Модель генератора задания с управляющим входом

Следующая ее корректировка генератора задания (3) позволят изменять вид заданного сигнала с помощью управляющего входа

$$\dot{w} = Ww + \mathrm{g}\varphi(\mathrm{t}),\ \eta_1 = \mathrm{r}^{\mathrm{T}} w, \tag{37}$$

где $w(\mathrm{t}), \mathrm{g} \in R^l, \eta_1(t) \in R,\ r \in R^l$, пара (r^T, W) наблюдаемая, $\varphi(t) \in \mathrm{R}$ - произвольная ограниченная вместе с производной функция времени, $|\varphi(t)| \le \Phi,\ |\dot{\varphi}(t)| \le \overline{\Phi},\ \Phi, \overline{\Phi} = const > 0$. Ставится задача решения задачи слежения (2)

Повторяя процедуру раздела 1.1, введем невырожденную замену переменных $\bar{x} = x - R_0 w$, где $x \in R^n$, матрица $\mathrm{R}_0 \in R^{n \times l}$ удовлетворяет уравнению $d^T R_0 = \mathrm{r}^{\mathrm{T}} \Rightarrow \mathrm{R}_0 = d^+ r^T,\ d^T d^+ = 1$, и запишем систему (1) в виде

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + bu + (AR_0 - R_0 W)w - R_0 g\varphi(t),\ e_1 = d^T \bar{x}\ . \tag{38}$$

Задача слежения сводится к задаче стабилизации выхода системы (38).

Выберем управление в виде

$$u = k_0^T \bar{x} + l_0^T w + q_0 \varphi(t)\ , \tag{39}$$

так, чтобы в замкнутой системе (38), (39)

$$\dot{\bar{x}} = \overline{A}_0 \bar{x} + (bl_0^T + AR_0 - R_0 W)w - (R_0 g - bq_0)\varphi(t) \tag{40}$$

матрица $\overline{A}_0 = (A + bk_0^T)$ была гурвицевой (с произвольно назначаемым спектром в силу управляемости исходной системы), l_0^{T} и q_0 определяются далее.

Представим вектор состояния системы (38) в виде суммы компонент $\bar{x} = \bar{x}_s + M_0 w$, где $\dot{\bar{x}}_s = \overline{A}_0 \bar{x}_s$, матрица M_0 определяется далее, откуда следует

$$\dot{\bar{x}} = \overline{A}_0 \bar{x}_s + M_0(Ww + g\varphi)\ , \tag{41}$$

а уравнение (38) примет вид:

$$\dot{\bar{x}} = \overline{A}_0 \bar{x}_s + (\overline{A}_0 M_0 + bl_0^T + AR_0 - R_0 W)w - (R_0 g - bq_0)\varphi,\ e_1 = d^T(\bar{x}_s + M_0 w) \tag{42}$$

Задачу регулирования по выходным переменным решает выбором $M_0,\ l_0, q_0$ из соотношения

$$\overline{A}_0 M_0 + bl_0^T + AR_0 - R_0 W = M_0 W,\ d^T M_0 = 0,\ bq_0 = (M_0 + R_0)g\ . \tag{43}$$

Если система матричных уравнений (43) имеет решение относительно матриц $M_0,\ l_0, q_0$, то обеспечивается асимптотическое решение задачи слежения с произвольными темпами сходимости, определяемыми матрицей собственных движений замкнутой системы (34): $\dot{\bar{x}}_s = \overline{A}_0 \bar{x}_s,\ e_1 = d^T \bar{x}_s$.

Отметим, что система уравнений (43) отличается от классической постановки (9) наличием третьего уравнения. В приводимом далее примере предлагается схема решения этой задачи.

Пример 3

Рассматривается система вида

$$\dot{\mathrm{x}}_1 = -x_1 - x_2 + u,\ \ \dot{x}_2 = 2u,\ \dot{w} = \eta(\mathrm{t}), e_1 = x_1 - w \to 0\ . \tag{44}$$

После замены переменных вида $\bar{x}_2 = \mathrm{x}_2 - 2\mathrm{x}_1$ система (44) примет вид $\dot{\mathrm{x}}_1 = -3x_1 - \bar{x}_2 + u,\ \ \dot{\bar{x}}_2 = 6x_1 + 2\bar{x}_2$ или относительно невязки $\mathrm{e}_1 = x_1 - w$:

$$\dot{\mathrm{e}}_1 = -3(e_1 + w) - \bar{x}_2 + u - \eta,\ \dot{\bar{x}}_2 = 6(e_1 + w) + 2\bar{x}_2\ . \tag{45}$$

Введя замену переменных вида

$$\bar{\mathrm{e}}_1 = e_1 + k_2 \bar{x}_2 + \mathrm{q}_0 w + q_1 \eta \tag{46}$$

преобразуем систему (45) к виду

$$\dot{\mathrm{e}}_1 = -3(e_1 + \mathrm{w}) - \dot{\bar{x}}_2 + u - \eta + \mathrm{q}_0\eta + k_2\dot{\bar{x}}_2 + q_1\dot{\eta},\ \dot{\bar{x}}_2 = 6\bar{e}_1 - (6k_2 - 2)\bar{x}_2 - 6(q_0 - 1)w - 6q_1\eta, \qquad (47)$$

где собственные движения подсистемы нулевой динамики устойчивые при выборе $\mathrm{k}_2 > \frac{1}{3}$.

Выбор управления $\mathrm{u} = 3(e_1 + \mathrm{w}) + \dot{\bar{x}}_2 + \eta - \mathrm{l}_1\eta - k_2\dot{\bar{x}}_2 - q_1\dot{\eta} - k_1\bar{e}_1$ приводит замкнутую систему (47) к виду

$$\dot{\mathrm{e}}_1 = -k_1\bar{e}_1,\ \dot{\bar{x}}_2 = 6\bar{e}_1 - (6k_2 - 2)\bar{x}_2 - 6(\mathrm{q}_0 - 1)w - 6q_1\eta\,. \qquad (48)$$

Аналогично примеру 1 компенсируем влияние составляющей w на в (46), а затем покажем, что компенсация составляющей $k_2\bar{x}_2 + q_1\eta \to 0$ определяется производной сигнала $\eta(\mathrm{t})$, аналогично примеру 2.

Представим переменную состояния подсистемы нулевой динамики системы (48) в виде $\bar{x}_2 = \bar{x}_{2s} + m_0 w + \bar{x}_{2\eta}$, $\dot{\bar{x}}_{2s} = -(6k_2 - 2)\bar{x}_{2s}$, $\dot{\bar{x}}_{2\eta} = -6\mathrm{q}_1\eta$, описываемую уравнение вида:

$$\dot{\bar{x}}_2 = -(6k_2 - 2)\bar{x}_{2s} + (m_0 - 6q_1)\eta\,. \qquad (49)$$

При этом нулевая динамика описывается уравнением вида

$$\dot{\bar{x}}_2 = 6\bar{e}_1 - (6k_2 - 2)(\bar{x}_{2\mathrm{s}} + m_0 w + \bar{\mathrm{x}}_{2\eta}) - 6(q_0 - 1)w - 6q_1\eta\,. \qquad (50)$$

Приравнивая члены в правых частях (49) и (50), содержащие компоненты состояния генератора задания, имеем следующую систему алгебраических уравнений

$$-(6k_2 - 2)m_0 - 6(q_0 - 1) = 0\,,\ k_2 m_0 + q_0 = 0\,, \qquad (51)$$

где выполнение второго уравнения обеспечивает компенсацию переменной w в (40). Система (51) решается в явном виде: $\mathrm{q}_0 = -k_2 m_0 \Rightarrow -(6k_2 - 2)m_0 - 6(-k_2 m_0 - 1) = 0 \Rightarrow 2m_0 = 6 \Rightarrow m_0 = 3$.

Для компенсации влияния переменной η рассмотрим уравнение (50) при $w = 0$, которое совпадает с (29). Анализ из примера 2 решает задачу слежения с заданной точностью.

Заключение

В работе рассмотрено расширение класса задающих воздействий за счет подачи на вход генератора заданий управляющего воздействия. Показано, что точность решения задачи слежения определяется скоростью изменения задающего сигнала – с ростом его производной точность падает, с уменьшением возрастает. Основная идея работы поясняется на численном примере.

Литература

1. *Андреев Ю. Н.* Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука, 1976.
2. *Уонем У. М.* Линейные многомерные системы управления. Геометрический подход. М.: Наука, 1980.
3. *Уткин В. А.* Инвариантность и автономность в системах с разделяемыми движениями. Автоматика и телемеханика. 2001. №11. С. 73–94.
4. *Marino R. and Santosuosso G.L.* Regulation of Linear Systems With Unknown Exosystems of Uncertain Order. IEEE Trans. On Automatic Control. 2007. Vol. 52, No. 2, P. 352-359.
5. *Уткин В.А., Уткин А.В.* Задача слежения в линейных системах с параметрическими неопределенностями при неустойчивой нулевой динамика. Автоматика и телемеханика. 2014. № 9. С. 62–81.
6. *Jeong H.-S. and Utkin V.* Sliding mode tracking control of systems with unstable zero dynamics. In Variable structure systems, sliding mode and nonlinear control, volume 247, pages 303-327. Springer Berlin, Germany, 1999. 6, 64, 65
7. *Shtessel Y., Baev S., Edwards C., Spurgeon S., and Zinober A.* Output tracking and observation in nonminimum phase systems via classical and higher order sliding modes. In . Fridman, J. Moreno, and R. Iriarte, editors, Sliding Modes after the First Decade of the 21st Century, volume 412. Springer Verlag, Berlin Germany, 2012. 3, 67.
8. *Краснова С.А., Уткин В.А., Михеев Ю.В.* Каскадный синтез наблюдателей состояния нелинейных многомерных систем. Автоматика и телемеханика. 2001. №2. С. 43 – 63.
9. *Gulyukina S.I., Utkin, V.A.* A Block Approach to CSTR Control under Uncertainty, State-Space and Control Constraints. Control Sciences 5, 43–52 (2021). http://doi.org/10.25728/cs.2021.5.4