DOI: 10.25728/mlsd.2022.0980

МОДЕЛИ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ ПРИ ИЗВЕСТНОМ И СЛУЧАЙНОМ СПРОСЕ В ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ СКЛАДОВ

Хоботов Е.Н.
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
e_khobotov@mail.ru
Аверьянова Е.Е.
ООО «Фирма Резерв-Инвест»
Россия, 101000, Москва, Малый Златоустовской переулок, дом 6, стр.1
ail19@yandex.ru

Аннотация: *Предлагаются модели и методы для управления многономенклатурными запасами в иерархических системах складов в условиях известного и случайного спроса. В предлагаемых моделях и методах используется кусочно-линейная аппроксимация функций расхода запасов для всех складов, находящихся на различных уровнях такой системы складов.*

Ключевые слова: моделирование, математические модели, управление запасами, иерархическая система складов, случайный спрос, известный спрос, методы управления, хранение, многономенклатурные запасы.

Введение

В последние годы повышается интерес к изучению задач управления многономенклатурными запасами в иерархических системах складов и к созданию эффективных методов их решения. Повышение интереса к изучению и созданию методов решения этих задач связано с тем, что на основе таких систем складов часто организуется и производится снабжение регионов продукцией, лекарствами, запасными частями, особенно автомобильными и т.д. Продукция в такие системы часто доставляется сначала на склады «верхнего» уровня, а затем с этих складов поставляется на остальные склады системы.

Для управления запасами на отдельных складах с применением теории и методов математического моделирования были разработаны достаточно эффективные модели и методы [1–4]. Использование разработанных моделей и методов для управления запасами на таких складах позволило экономить заметные средства на пополнение и содержание запасов.

Для управления запасами в иерархических системах складов модели и методы только начинают разрабатываться [5], хотя в таких системах обычно хранятся гораздо большие запасы продукции, и осуществляется её значительный оборот. Поэтому имеются веские причины полагать, что разработка методов управления запасами для таких иерархических систем складов позволит значительно сократить затраты на содержание запасов и снизить расходы на пополнение складов.

В [5] рассматривались задачи управления многономенклатурными запасами в иерархической системе складов с ограничениями на величину запасов, хранящихся на складах системы. В предположении, что спрос на хранящуюся продукцию на складах такой системы является постоянным, в [5] для управления запасами в этой системе были разработаны достаточно эффективные модели и методы. Однако в реальных условиях гораздо чаще встречаются задачи управления запасами, в которых спрос на продукцию, хранимую на складах системы, является известным или случайным. Для управления запасами в иерархических системах складов в условиях случайного или известного спроса требуется разработка специальных моделей и методов.

В представляемом докладе описываются задачи управления многономенклатурными запасами в иерархических системах складов, когда спрос на хранимую продукцию является известным, а также случайным. Для решения таких задач предлагаются модели и методы, позволяющие в соответствии с имеющимся спросом на продукцию определять времена и объёмы пополнения всех складов, находящихся на различных уровнях такой системы складов.

1 Постановки задач

Рассмотрим постановки задач управления многономенклатурными запасами, которые возникают в иерархических системах складов в условиях известного и случайного спроса.

Пусть задана иерархическая система складов, которую можно представить в виде ацикличного графа. В «корневой» вершине такого графа находится склад первого уровня, который снабжается продукцией напрямую от внешних поставщиков. На этом складе хранится поступающая в систему продукция, которая с него доставляется на склады второго уровня. Со складов второго уровня продукция доставляется на склады третьего уровня и т.д. Каждый склад следующего уровня снабжается только с одного склада предыдущего уровня. Для каждого снабжаемого склада системы известен снабжающий его склад. Назначение снабжающего склада может производиться как по стоимости доставки продукции между складами, так и по составу поставляемой продукции. На каждом уровне этой системы кроме первого имеются склады, с которых не производится снабжение складов следующего уровня. На втором уровне системы складов имеется M_2 складов. На j-м уровне системы находится M_j складов и на последнем N-м уровне системы складов находится M_N складов. Ограничений на вместимость складов системы нет.

Со снабжающих складов каждого уровня кроме пополнения запасов производится снабжение розничных клиентов склада. Для каждого склада, находящегося на любом уровне системы складов задана стоимость хранения на нём единицы продукции в единицу времени. Заданы также стоимости доставки продукции с любого снабжающего склада на снабжаемый склад, которые не зависят от величины пополнения. В задачах управления запасами [2–5] такое предположение достаточно часто используется.

Пусть спрос на хранящуюся продукцию на любом складе такой системы является известным в течение планируемого интервала времени T. Тогда для такой системы складов, как и в случае постоянного спроса [1] удаётся предложить методы управления запасами, которые позволят обеспечить бездефицитную работу складов.

В задаче управления запасами иерархической системы складов в условиях известного спроса требуется определить интервалы времени между смежными пополнениями запасов и величину пополнения запасов на каждом складе системы. Времена между смежными пополнениями запасов и величины пополнения запасов требуется определить так, чтобы затраты на пополнение и хранение запасов в течение интервала времени T были бы по возможности меньше, а на складах системы не возникал бы дефицит хранимой продукции.

Если спрос в единицу времени на продукцию, хранящуюся на складах иерархической системы, является случайным, то обеспечить бездефицитную работу складов не удаётся. В условиях случайного спроса даже для отдельных складов невозможно обеспечить отсутствие дефицита продукции [2–5].

Поэтому для задач управления запасами в иерархической системе складов при случайном спросе на хранимую продукцию предлагается считать, что для них также требуется определить интервалы времени между смежными пополнениями запасов на каждом складе системы и величины этих пополнений. Эти величины требуется определить так, чтобы затраты на пополнение и хранение запасов в течение времени T были бы по возможности меньше, а на складах не возникал бы дефицит продукции, когда спрос на хранящуюся продукцию на каждом складе такой системы был бы постоянным и равным средней величине случайного спроса на этих складах за время T.

Для того чтобы упростить изложение рассматриваемых в работе моделей и методов будем считать, что хранимая продукция не является дискретной.

2 Принципы и идеи создания методов управления запасами при известном спросе

Рассмотрим идеи и принципы построения модели управления запасами для иерархической системы складов, когда спрос на продукцию, хранящуюся на каждом складе, известный. Управление запасами в этом случае следует организовать так, чтобы сократить затраты на хранение и пополнение запасов, а также не допустить дефицита продукции на складах.

Основные идеи и принципы вывода соотношений для определения параметров управления запасами в иерархической системе удобно рассмотреть на примере самой простой схемы системы, состоящей из двух складов, на которых хранится один продукт. Один из таких складов, который назовём первым, используется для пополнения запасов другого склада, который назовём вторым. Будем считать, что объёмы складов позволяют хранить требуемое количество запасов.

Пусть известны стоимости хранения единицы продукции в единицу времени C_1 и спрос на неё $r_1(t)$ $(0 \le t \le T)$ в единицу времени клиентов склада на первом, снабжающем складе в течение планируемого интервала времени T. Пусть также известна стоимость хранения единицы продукции в единицу времени C_2 и спрос на неё $r_2(t)$ $(0 \le t \le T)$ в единицу времени на втором, снабжаемом складе в течение планируемого интервала времени T. Кроме того, пусть известны стоимости доставки запасов $\tilde{C}_1$ на первый и $\tilde{C}_2$ на второй склады.

На первый склад при каждом пополнении доставляется количество продукции, которое должно обеспечить потребности собственных клиентов, а также снабжение второго склада до следующего пополнения первого склада.

Здесь следует отметить, что в случае, когда между смежными пополнениями первого склада будет производиться не целое количество пополнений второго склада, то вряд ли удастся создать эффективную систему управления запасами. Дело в том, что в этом случае перед каждым пополнением первого склада на втором складе будет находиться разное количество запасов. Это приведёт к необходимости определять величину запасов на втором складе перед каждым пополнением первого склада и с учётом этой величины определять пополнение второго склада. В условиях постоянного спроса и двух складов, на которых хранится продукция одного типа, проблема определения запасов на складах может решаться без особых затруднений.

В иерархической системе складов имеется несколько уровней, на каждом из которых находится целый ряд складов, хранящих продукцию многих типов. Определение уровней запасов по каждому типу хранящейся продукции на снабжающих и снабжаемых складах и вычисление величины их пополнений с учётом этих уровней в такой системе становится чрезвычайно сложной проблемой, практически нерешаемой в условиях работы реальных складов.

Если между смежными пополнениями первого склада будет производиться целое количество пополнений снабжаемых складов, то после второго пополнениями первого склада ситуация на снабжаемых складах будет повторяться. Это существенно упрощает проблему построения системы управления запасами для таких складов. Поэтому пополнение продукции на снабжаемых складах предлагается организовывать таким образом, чтобы продукция, хранимая на них, заканчивалась к моменту пополнения запасов на снабжающем складе.

Известно, что в случае хранения на складе продукции одного типа, когда величина спроса $r(t)$ на неё в единицу времени известна и может быть складом обеспечена, величину расхода продукции $Q(t)$ в течение интервала времени $[t_0, t]$ ($t_0 \le t$ и $t_0, t \in [0, T]$) можно определить с помощью следующего соотношения [1, 3]:

$$Q(t) = \int_{t_0}^{t} r(\tau) d\tau . \tag{1}$$

Функция расхода продукции $Q_2(t)$ на втором складе в случае известного спроса является непрерывной, монотонно неубывающей функцией времени. Функцию $Q_2(t)$ в соответствии с [3] предлагается аппроксимировать линейной функцией $y_2(t)$, уравнение которой имеет вид:

$$y_2(t) = \bar{r}_2 t = \frac{Q_2(T)}{T} t , \tag{2}$$

где $\bar{r}_2$ − величина среднего спроса в единицу времени на продукцию на втором складе в течение интервала времени T, т.е. $\bar{r}_2 = \dfrac{Q_2(T)}{T}$.

Для функции $y_2(t)$, аппроксимирующей функцию затрат $Q_2(t)$, с использованием приведенных в [1–3] принципов формируется функция издержек $D_2(t)$, которая для данного случая принимает вид:

$$D_2(t) = \frac{\tilde{C}_2 T}{t} + \frac{C_2 \bar{r}_2 t T}{2}. \tag{3}$$

Оптимальное значение t_2^*, при котором функция издержек достигает минимума, определяется из условия: $\dfrac{dD_2(t)}{dt} = 0$. Решая это уравнение, получаем формулы, аналогичные формулам Харрисона − Уилсона [1–4], но со значением величины среднего значения спроса $\bar{r}_2$ в единицу времени на интервале планирования T. Соотношения для вычисления t_2^* принимают вид:

$$t_2^* = \sqrt{\frac{2\tilde{C}_2}{C_2\overline{r}_2}}\,, \tag{4}$$

На первый склад при каждом пополнении должно доставляться такое количество продукции, которое сможет обеспечить снабжение собственных потребителей первого склада и обеспечить снабжение второго склада до следующего пополнения первого склада. Из продукции, предназначенной для снабжения второго склада, на первом складе не хранится продукция из первого пополнения второго склада, поскольку её целесообразно сразу отправлять на второй склад.

Функцию расхода продукции $Q_1(t)$ на первом складе по снабжению клиентов банка как и $Q_2(t)$ в (2) предлагается аппроксимировать линейной функцией $y_1(t)$, уравнение которой имеет вид:

$$y_1(t) = \overline{r}_1 t = \frac{Q_1(T)}{T} t\,, \tag{5}$$

где $\overline{r}_1$ − величина среднего спроса в единицу времени клиентов на продукцию первого склада в течение интервала времени T. Значение $y_1(t)$ из (5) в момент времени T должно быть равным $Q_1(T)$.

Тогда, используя полученные в результате линейной аппроксимации функции расхода продукции $Q_1(t)$ на этих складах величин спроса $\overline{r}_1$ и $\overline{r}_2$, затраты на доставку пополнений и хранение запасов на первом складе $D_1(t_1)$ в течение планируемого периода T можно записать по аналогии с (3) и учётом условия $t_1 = n_2 t_2^*$ при целом n_2 в следующем виде [1]:

$$D_1(t_1) = \left(\frac{C_1\overline{r}_1 t_1^2}{2} + \frac{C_1 q_2 n_2 (n_2 - 1) t_2^*}{2} + \tilde{C}_1 \right) \frac{T}{t_1} = \frac{C_1\overline{r}_1 t_1 T}{2} + \frac{C_1\overline{r}_2 t_1 T}{2} - \frac{C_1\overline{r}_2 t_2^* T}{2} + \frac{\tilde{C}_1 T}{t_1}\,.$$

Поскольку величина t_2^* уже была вычислена, будем определять величину t_1 из условия минимума функции $D_1(t)$ при известном t_2^*, которое можно представить следующим образом:

$$\frac{dD_1}{dt_1} = \frac{C_1(\overline{r}_1 + \overline{r}_2) t_1 T}{2} - \frac{\tilde{C}_1 T}{t_1^2} = 0\,. \tag{5}$$

Тогда из (5) получаем:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2\tilde{C}_1}{C_1(\overline{r}_1 + \overline{r}_2)}} = \sqrt{\frac{2\tilde{C}_1}{C_1 R_1}}\,, \tag{6}$$

где сумму $(\overline{r}_1 + \overline{r}_2)$ удобно представить в виде $R_1 = \overline{r}_1 + \overline{r}_2$.

Для выполнения условия $t_1 = n_2 t_2^*$ при целом n_2 после определения величин t_1 и t_2^* из (6) и (4) предлагается выбрать величину t_2 так, чтобы кроме выполнения равенства $t_1 = n_2 t_2$ величина t_2 была бы по возможности более близкой к оптимальной величине t_2^*. Это обеспечит меньшее отличие величины $D_2(t_2)$ при этом t_2 от минимальной величины затрат $D_2(t_2^*)$.

Для определения такой величины t_2^* вычисляется отношение $\tilde{n}_{12} = \dfrac{t_1}{t_2^*}$ и величина t_2 определяется из условия $t_2 = \dfrac{t_1}{n_{12}}$, где n_{12} − целое число, которое находится путем округления величины $\tilde{n}_{12}$. Под округлением здесь понимается операция, в результате выполнения которой $n_{12} = [\tilde{n}_{12}]$, если $\{\tilde{n}_{12}\} < 0{,}5$, и $n_{12} = [\tilde{n}_{12}] + 1$, если $\{\tilde{n}_{12}\} \geq 0{,}5$, где $\tilde{n}_{12} = [\tilde{n}_{12}] + \{\tilde{n}_{12}\}$ и $[\tilde{n}_{12}]$ обозначает целую часть числа $\tilde{n}_{12}$, а $\{\tilde{n}_{12}\}$ – дробную часть числа $\tilde{n}_{12}$. После определения целого числа $\tilde{n}_{12}$, как уже отмечалось выше, скорректированная величина t_2 определяется из соотношения $t_2 = \dfrac{t_1}{n_{12}}$.

После определения величины t_2, которая обеспечивает выполнение условия $t_1 = n_2 t_2$ при целом n_2, производится определение пополнений первого и второго складов.

Однако величина среднего спроса на некоторых интервалах между смежными пополнениями запасов может заметно отличаться от величины среднего спроса на всем интервале планирования T. Поэтому вычисление величины пополнения запасов $\overline{q}_2$ с помощью соотношения $\overline{q}_2 = \overline{r}_2 t_2$ может приводить как к возникновению остатков продукции, так и к ее нехватке на складе к моменту следующего пополнения запасов. Это в свою очередь приводит к увеличению затрат на содержание запасов.

Величину k_2-го пополнения запасов $q_2(k_2t_2)$, при которых на втором складе в течение на интервале времени $\left[k_2t_2,(k_2+1)t_2\right]$ при $k_2 = 0,1,2,3,\ldots$ и известном спросе $r_2(t)$ $\left(t \in [0,T]\right)$, не будет дефицита продукции, можно определить с учётом (1) с помощью следующего соотношения:

$$q_2(k_2t_2) = Q_2\left((k_2+1)t_2\right) - Q_2(k_2t_2) = \int_{k_2t_2}^{(k_2+1)t_2} r_2(\tau)d\tau = \hat{r}_2(k_2t_2)t_2, \tag{7}$$

где $Q_2(k_2t_2)$ – величина расхода в момент времени k_2t_2, которая вычисляется согласно (1), $\hat{r}_2(k_2t_2)$ – величина среднего спроса на продукцию в единицу времени на втором складе в течение интервала времени $\left[k_2t_2,(k_2+1)t_2\right]$.

Величину k_1-го пополнения запасов $q_1(k_1t_1)$ можно определить с помощью следующего соотношения:

$$q_1(k_1t_1) = \int_{k_1t_1}^{(k_1+1)t_1} r_1(\tau)d\tau + \sum_{k_2 \in V(k_1,n_2)} q_2(k_2t_2) = \hat{r}_1(k_1t_1)t_1 + \sum_{k_2 \in V(k_1,n_2)} q_2(k_2t_2), \tag{8}$$

где $V(k_1,n_2)$ – множество таких k_2, для которых времена пополнения запасов второго склада $(k_2t_2,(k_2+1)t_2,\ldots,(k_2+n_2)t_2)$ принадлежат интервалу времени $\left[k_1t_1,(k_1+1)t_1\right]$, $\hat{r}_1(k_1t_1)$ – величина среднего спроса клиентов на продукцию в единицу времени на первом складе в течение времени $\left[k_1t_1,(k_1+1)t_1\right]$.

Для условий случайного спроса идея построения методов управления запасами была заимствована из [3]. В этой работе предлагалось в условиях случайного спроса, как и в случае известного спроса, использовать линейную аппроксимацию функции расхода продукции и считать её известной. Тогда с помощью соотношений (8) и (7) могли бы быть определены интервалы времени между смежными пополнениями первого t_1 и второго t_2 складов.

Однако для определения величин t_1 и t_2 из этих соотношений требуется знать величины среднего значения спроса в единицу времени на интервале планирования T на первом $\overline{r}_1$ и на втором $\overline{r}_2$ складах. В условиях случайного спроса эти величины могут быть определены с помощью методов прогнозирования [6–8]. Величина среднего спроса, как отмечалось в [3] и выше при описании определения пополнений запасов в условиях известного спроса, на некоторых интервалах между смежными пополнениями запасов может заметно отличаться от величины среднего спроса на всем интервале планирования T. Поэтому для более точного определения величины пополнения запасов второго склада $q_2(k_2t_2)$ на k_2-м пополнении запасов может быть использовано соотношение, которое получено из (7) и имеет следующий вид:

$$q_2(k_2t_2) = \hat{r}_2(k_2t_2)t_2,$$

где $\hat{r}_2(k_2t_2)$ – прогноз величины среднего спроса на продукцию в единицу времени на втором складе в течение интервала времени $\left[k_2t_2,\left(k_2+1\right)t_2\right]$, k_2 – номер интервала пополнения запасов второго склада.

Величины пополнений первого склада $q_1\left(k_1t_1\right)$ при $k_1=0,1,2,3,...$ и известном спросе $r_1(t)$ $\left(t\in\left[0,T\right]\right)$ на продукцию клиентов склада будут равны сумме расхода продукции на снабжение клиентов склада и продукции, которая требуется для снабжения второго склада. Поэтому соотношение для определения пополнения $q_1\left(k_1t_1\right)$ в соответствии с (8) принимает вид:

$$q_1\left(k_1t_1\right)=\hat{r}_1\left(k_1t_1\right)t_1+\sum_{k_2\in V\left(k_1,n_2\right)}q_2\left(k_2t_2\right),$$

где $V\left(k_1,n_2\right)$ – множество таких k_2, для которых времена пополнения запасов второго склада $(k_2t_2,(k_2+1)t_2,...,(k_2+n_2)t_2)$ принадлежат интервалу времени $\left[k_1t_1,\left(k_1+1\right)t_1\right]$, $\hat{r}_1(k_1t_1)$ – прогноз величины среднего спроса клиентов на продукцию в единицу времени на первом складе в течение времени $\left[k_1t_1,\left(k_1+1\right)t_1\right]$, n_2 определяется из условия $t_1=n_2t_1$.

Интервалы времени $\left[k_1t_1,\left(k_1+1\right)t_1\right]$ и $\left[k_2t_2,\left(k_2+1\right)t_2\right]$ оказываются значительно меньше интервала $\left[0,T\right]$. Поэтому прогнозы $\hat{r}_1(k_1t_1)$ и $\hat{r}_2(k_2t_2)$ могут быть сделаны более точно, чем $\overline{r}_1$ и $\overline{r}_2$, и позволят более точно определять соответствующие пополнения запасов.

4 Управление запасами на иерархических системах складов

Рассмотрим вывод основных соотношений для определения параметров управления запасами в иерархической системе складов, когда спрос на продукцию, хранящуюся на каждом складе, является известным. Более подробно постановка такой задачи управления запасами приведена в первом пункте работы.

Вывод этих соотношений, как и в работе [1], начинается с одного из складов, например, с m-го, находящегося на последнем N-м уровне иерархической системы складов, с которого не производится снабжения других складов. В системе складов такие склады могут находиться на всех уровнях системы, кроме первого, а на последнем уровне все склады не являются снабжающими.

Величина среднего спроса в единицу времени на продукцию v-го типа ($v\in J_{Nm}$) на этом складе равна спросу на эту продукцию только собственных клиентов склада $\overline{r}_{Nmv}$. Тогда затраты $D_{Nm}\left(t_{Nm}\right)$ на хранение и пополнение запасов на складе в течение планируемого интервала времени T в соответствии с выводом аналогичных соотношений (3) из пункта 3 можно представить в следующем виде:

$$D_{Nm}\left(t_{Nm}\right)=\left(\sum_{v\in J_{Nm}}\frac{C_{Nmv}\overline{r}_{Nmv}t^2_{Nm}}{2}+\tilde{C}_{Nm}\right)\frac{T}{t_{Nm}}=\sum_{v\in J_{Nm}}\frac{C_{Nmv}\overline{r}_{Nmv}t_{Nm}T}{2}+\frac{\tilde{C}_{Nm}T}{t_{Nm}},$$

а величины t^*_{Nm} интервалов времени между смежными пополнениями склада следующим образом:

$$t^*_{Nm}=\sqrt{\frac{2\tilde{C}_{Nm}}{\sum_{l\in J_{Nm}}C_{Nml}\overline{r}_{Nml}}}, \tag{9}$$

где J_{Nm} – множество типов продукции, которая хранится на m-м складе N-го уровня системы складов.

По аналогии с выводом соотношений (9) производится вывод соотношений для определения интервалов времени t_{si} между смежными пополнениями запасов для всех складов i ($i\in M_s$) любого s-го уровня системы складов при $1<s\le N-1$. Для i-го склада ($i\in M_s$) s-го уровня системы складов эти соотношения имеют следующий вид:

$$t_{si} = \sqrt{\frac{2\tilde{C}_{si}}{\sum\limits_{v \in J_{si}} C_{siv} R_{siv}}}\text{, где } R_{siv} = \overline{r}_{siv} + \sum_{m \in I_{si}} R_{s+1mv}, \qquad R_{Nmv} = \overline{r}_{Nmv}. \tag{10}$$

Соотношения для определения величины интервала времени t_{11} между смежными пополнениями склада, находящегося на первом уровне системы складов и снабжающего все остальные склады системы, выводятся по аналогии с (9) и (10) по приведённой выше схеме. Эти соотношения имеют следующий вид:

$$t_{11}^{*} = \sqrt{\frac{2\tilde{C}_{11}}{\sum\limits_{v \in J_{11}} C_{11v} R_{11v}}}, \quad v \in J_{11}\text{, где } R_{11v} = \overline{r}_{11v} + \sum_{k=1}^{M_2} R_{2kv}.$$

Таким образом, определение величин спроса в системе складов, начинается со складов последнего N-го уровня, для которых эти величины равны спросу на хранимую продукцию только у клиентов этих складов. Далее процесс определения этих величин последовательно продолжается для складов предпоследнего уровня и т.д., до склада первого уровня.

После этого производится корректировка интервалов времени t_{si} между смежными пополнениями i-го склада s-го уровня $\left(s = 2,\dots,N;\ i \in M_s\right)$. Такая корректировка начинается со складов второго уровня, производится по описанной выше схеме и заканчивается на складах последнего N-го уровня.

Когда корректировка времени пополнения складов системы будет завершена, определяются величины пополнений складов.

Величины пополнений m-го склада N-го уровня системы складов $q_{Nmv}\left(k_{Nm}t_{Nm}\right)$ при $k_{Nm} = 0,1,2,3,\dots$ по продукции v-го типа и известном спросе $r_{Nmv}(t)$ $\left(t \in \left[0,T\right]\right)$, при которых дефицита продукции на складах не должно быть, определяются по расходу продукции на складе между смежными пополнениями запасов на них. Соотношения для определения $q_{Nmv}\left(k_{Nm}t_{Nm}\right)$ имеют вид:

$$q_{Nmv}\left(k_{Nm}t_{Nm}\right) = Q_{Nmv}\left(\left(k_{Nm}+1\right)t_{Nm}\right) - Q_{Nmv}\left(k_{Nm}t_{Nm}\right) =$$
$$= \int\limits_{k_{Nm}t_{Nm}}^{\left(k_{Nm}+1\right)t_{Nm}} r_{Nmv}(\tau)d\tau = \hat{r}_{Nmv}(k_{Nm}t_{Nm})t_{Nm},$$

где $\hat{r}_{Nmv}(k_{Nm}t_{Nm})$ − величина среднего спроса на продукцию v-го типа в единицу времени в течение интервала времени $\left[k_{Nm}t_{Nm}, \left(k_{Nm}+1\right)t_{Nm}\right]$.

Величины пополнений j-го склада с s-го уровня системы складов $q_{sjv}\left(k_{sj}t_{sj}\right)$ $(1 \le s \le N-1)$ можно определить с помощью следующих соотношений:

$$q_{sjv}\left(k_{sj}t_{sj}\right) = Q_{sjv}\left(\left(k_{sj}+1\right)t_{sj}\right) - Q_{sjv}\left(k_{sj}t_{sj}\right) + \left(\sum_{i \in I_{sj}} \sum_{k_{s+1i} \in V\left(k_{sj}, n_{s+1i}\right)} q_{s+1iv}\left(k_{s+1i}t_{s+1i}\right)\right) =$$
$$= \hat{r}_{sjv}(k_{sj}t_{sj})t_{sj} + \left(\sum_{i \in I_{sj}} \sum_{k_{s+1i} \in V\left(k_{sj}, n_{s+1i}\right)} q_{s+1iv}\left(k_{s+1i}t_{s+1i}\right)\right).$$

В условиях случайного спроса для определения интервалов времени между смежными пополнениями запасов и величины этих пополнений могут использоваться приведённые выше соотношения, используемые для определения аналогичных величин в условиях известного спроса. Только в этих соотношениях следует использовать значения среднего спроса, полученные в результате его прогнозирования на соответствующих интервалах между смежными пополнениями запасов.

Заключение

Предлагаемые в докладе методы управления многономенклатурными запасами позволяют организовать эффективное управление запасами в иерархических системах складов запасами в условиях известного и случайного спроса. В настоящее время управление многономенклатурными запасами в таких системах имеет важное прикладное значение, поскольку с использованием этих систем часто организуется снабжение регионов продукцией, лекарствами, запасными частями, особенно автомобильными т.д. Для создания таких моделей и методов были использованы идея линейной аппроксимации функций расхода запасов и идея согласования моментов пополнения снабжаемых и снабжающих складов.

Литература

1. *Калинин Н.М., Хоботов Е.Н.* Модели управления многопродуктовыми запасами при постоянном спросе// АиТ. 2008. № 9. – С. 156–169.
2. *Хоботов Е.Н.* Методы решения задач управления многопродуктовыми запасами при случайном спросе // Изв. РАН ТиСУ. 2011. № 2. – С. 91–102.
3. *Хедли Д., Уайтин* Т. Анализ систем управления запасами. – М.: Наука, 1969. – 511 с.
4. *Рыжиков Ю.И.* Теория очередей и управление запасами. Учеб. пособие для вузов. – СПб: Издательский дом «Питер», 2001. – 384 с.
5. *Хоботов Е.Н., Аверьянова Е.Е.* Управление запасами при постоянном спросе в иерархических системах складов с ограничениями на вместимость складов. Труды 14-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD-2021). – М.: ИПУ РАН, 2021. – С. 1086–1097.
6. *Глущенко В.В.* Прогнозирование. 3-е издание. – М.: Вузовская книга, 2000. –208 с.
7. *Владимирова Л.П.* Прогнозирование и планирование в условиях рынка: Учебное пособие. – М.: Издательский дом «Дашков и К», 2000. –308 с.
8. *Бокс Дж., Дженкинс Т.* Анализ временных рядов. Прогноз и управление. – М.: Мир, 1974. – 406 с.