DOI: 10.25728/mlsd.2022.1166

ВЛИЯНИЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ БЕЗОТКАЗНЫХ АРХИВОВ МАГНИТНЫХ НОСИТЕЛЕЙ НА ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ

Сомов С.К.
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Россия, г. Москва ул. Профсоюзная д.65
ssomov2016@ipu.ru

Аннотация: важным свойством распределенных систем обработки данных является высокий уровень их надежности. Эффективным решением данной проблемы является размещение в узлах системы копий архивов магнитных носителей, используемых для восстановления разрушенных данных. В работе показано влияние использования архивов на показатели надежности распределенных систем.

Ключевые слова: распределенные системы обработки данных, восстановление разрушенных данных, архивы магнитных носителей, показатели надежности распределенных систем.

Введение

Надежность и безопасность работы любой автоматизированной информационной и информационно-управляющей системы существенно зависит от уровня сохранности данных, которые использует система. Проблема обеспечения высокого уровня сохранности данных особенно актуальна для крупномасштабных территориально распределенных систем обработки данных (РСОД) различного назначения в силу большой сложности выполняемых ей функций и ее структуры, состоящей из множества различных компонент. Подобные системы используются во многих сферах деятельности человека. Например, электронная коммерция (электронная торговля, электронный маркетинг, электронные банковские и страховые услуги), логистика, телемедицина, сотовые системы связи.

Условия функционирования этих систем таковы, что любая из множества ее компонент может временно выйти из рабочего состояния или навсегда перейти в нерабочее состояние. Сказанное в полной мере относится и к данным различной природы и формата, используемым в системе. Под воздействием негативных факторов разнообразной физической природы данные системы могут быть искажены, повреждены или быть полностью уничтожены.

Для обеспечения высокой степени сохранности данных в распределенных системах используются различные методы. Одним из таких эффективных методов является использование информационной избыточности в виде копий и предысторий массивов данных, таблиц распределенных баз данных и их фрагментов [1-3].

1 Формальная модель распределенной системы обработки данных

Рассмотрим работу распределенной системы обработки данных (РСОД), которая использует ненадежный резерв оперативных данных (ОР), копии которого размещены в N узлах системы, и копии архивов магнитных носителей (АМН), размещенные в K узлах системы. ОР представляет собой множество идентичных копий массива данных, которые поочередно используются для обработки запросов к данным этого массива. Данные в узле с ОР могут быть по разным причинам повреждены или даже разрушены. Восстановление такого отказавшего узла используется узел с АМН, ближайший к отказавшему узлу с ОР. Узлы с АМН используются только для обработки запросов на восстановление отказавших узлов с ОР [1].Формальную модель работы рассматриваемой РСОД опишем при помощи формализма полумарковского эргодического процесса [4, 5].

Отказом РСОД будем считать такое ее крайнее состояние, когда ОР разрушен во всех N узлах системы. В этом состоянии система не может обрабатывать запросы к данным и будет в нем находиться до момента восстановления хотя бы одного узла с ОР средствами одного из узлов с АМН. Предположим, что узлы с АМН надежны и вероятность отказа АМН при обработке запросов на восстановление разрушенных данных стремится к нулю.

Рассматриваемая система имеет конечное множество Y из (N+1) всех возможных состояний и в любой момент времени находится в одном из них:

$$Y = \{Y_0, Y_1, \dots, Y_n, \dots, Y_N\}$$

Если в РСОД на некоторый момент времени отказало n узлов с ОР, тогда система находится в состоянии Y_n. В системе в любой момент времени одновременно могут находиться в состоянии

отказа n узлов с ОР $(0 \le n \le N)$. Однако, одновременно могут восстанавливаться не более K узлов с разрушенным ОР $(0 \le n \le K)$, поскольку именно в K узлах системы размещены копии АМН, и один узел с АМН в каждый момент времени может восстанавливать только один узел с отказавшим ОР.

Для описания процесса работы рассматриваемой РСОД используем формализм полумарковских процессов, который задаются матрицей переходов процессов в множестве состояний $Q(t) = \|Q_{ij}(t)\|$. В нашем случае элементы $Q_{ij}(t)$ матрицы Q равны вероятностям перехода РСОД из состояния S_i в состояние S_j за время, которое меньшее величины времени t. Элементы $Q_{ij}(t)$ это неубывающие положительные функции от t, которые удовлетворяют условию:

$$\lim_{t\to\infty} Q_{ij}(t) = p_{ij}; \quad \sum_{S_j \in S} p_{ij} = 1$$

Величина p_{ij} соответствует вероятности перехода РСОД из одного состояния S_i в другое состояние S_j для соответствующей вложенной Марковской цепи [4]. Функция распределения $F_i(t)$ времен пребывания полумарковского процесса (системы) в состоянии $S_i \in S$ определяются следующим равенством:

$$F_i(t) = \sum_{S_i \in S} Q_{ij}(t) \tag{1}$$

2 Модель функционирования распределенной системы обработки данных

Предположим, что рассматриваемая система такова, что в один и тот же момент времени: может отказать только один узел с ОР, может быть восстановлен только один узел с ОР, не может быть восстановлен один узел с ОР и отказать один узел с ОР. Тогда система будет иметь следующий граф переходов между состояниями из множества *Y*, представленный на рисунке 1.

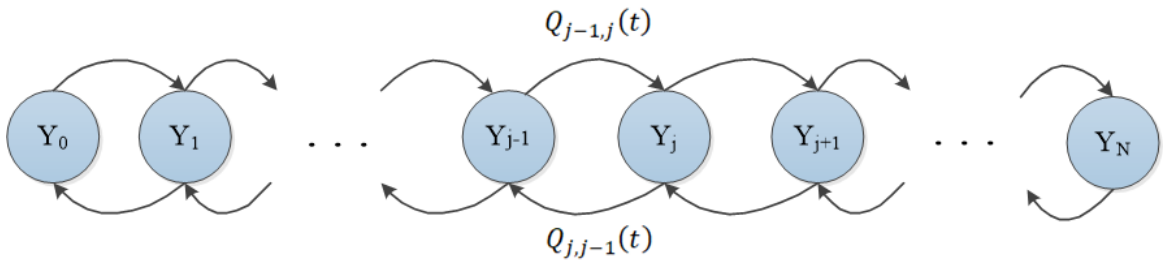

Рис.1. Граф переходов системы в множестве состояний Y.

Предположим также, что время, необходимое узлу с АМН для восстановления узла с разрушенным ОР, распределено по показательному закону $F_R(t) = 1 - e^{-\mu t}$ с параметром μ. При этом параметр $\mu^{-1} = E_R$, а E_R это среднее время восстановления, разрушенного ОР.

Пусть РСОД находится в состоянии Y_n $(n = 0,1, \dots, N-1)$. В этом состоянии системы n ее узлов с оперативным резервом находятся в нерабочем состоянии. Тогда в каждый работоспособный узел с ОР поступает поток запросов к данным, имеющий интенсивность $\lambda_n = \lambda N(N-n)^{-1}$. Каждый из $(N-n)$ работоспособных узлов при обработке одного запроса к данным может отказать с вероятностью $(Q = 1 - P)$. Учитывая два сделанных выше предположения, получим, что время t перехода системы из состояния Y_n в состояние Y_{n+1} в результате отказа одного из узлов с ОР будет распределено в соответствии со следующей функцией:

$$\Phi_{n,n+1}(t) = 1 - \left[P^{\lambda_n t}\right]^{(N-n)} = 1 - P^{\lambda N t}$$

РСОД переходит из одного состояния в другое под воздействием двух независимых потоков управляющих событий [4,5].

Отказы узлов с оперативным резервом генерируют первой поток управляющих событий, под воздействием которого система переходит из состояния S_n в состояние S_{n+1} $(n = \overline{0, N-1})$. Распределение времени между появлением событий в первом потоке определяется функцией (1).

Процесс восстановления узлов с разрушенным ОР с помощью АМН образует второй поток управляющих событий. Обозначим через $\Psi_{n,n-1}(t)$ функцию распределения времени между возникновением событий во втором потоке.

Система меняет свое состояние каждый раз в момент появления события в одном из этих потоков. То, в какое новое состояние перейдет система зависит от того, в каком из потоков возникло новое событие раньше события в другом потоке.

При появлении события в первом потоке система изменит свое состояние за время, не большее t, с вероятностью $Q_{j,j+1}(t)$. Обозначим через $З_{j,j+1}$ случайную величину времени между появлением двух событий первого потока при $(З_{j,j+1} < t)$. В этом случае вероятность $Q_{j,j+1}(t)$ это вероятность события, такого, при котором случайная величина $З_{j,j+1}$ будет меньше, чем $\varphi_{j,j+1}$ - случайная величина времени между появлением двух событий во втором потоке. Таким образом, для первого потока случайная величина $Q_{j,j+1}(t)$ равна:

$$Q_{j,j+1}(t) = Ꝑ\{З_{j,j+1} < t \wedge \varphi_{j,j-1} > t\} = \int_0^t d\Phi_{j,j+1}(x) \int_x^\infty d\Psi_{j,j-1}(y) = \\ = \int_0^t \left[1 - \Psi_{j,j-1}(x)\right] d\Phi_{j,j+1}(x) \quad (2)$$

Для второго потока событий по аналогии с (2) вероятность $Q_{j,j-1}(t)$ будет равна:

$$Q_{j,j-1}(t) = \int_0^t \left[1 - \Phi_{j,j+1}(x)\right]\Psi_{j,j-1}\, d(x)$$

Выражения для определения переходных вероятностей $Q_{j,j-1}(t)$, $Q_{j,j+1}(t)$ функции $F_i(t)$ распределения времени пребывания полумарковского процесса во всех состояниях множества S приведены в таблице 1.

Таблица 1. Переходные вероятности системы и время пребывания системы в каждом из состояний множества S Выражения для определения значений $Q_{j,j-1}(t)$, $Q_{j,j+1}(t)$ и $F_j(t)$

Множество S состояний системы	**Формулы определения значений для $Q_{j,j-1}(t)$, $Q_{j,j+1}(t)$ и $F_j(t)$**
S_0	$Q_{0,1}(t)$ =1-$P^{\lambda Nt}$; $F_0(t) = Q_{0,1}(t)$
S_j $1 \ll j \ll K$	$Q_{j,j+1}(t) = \frac{\lambda N \ln P}{\lambda N \ln P - j\mu}\left(1 - \square^{-j\mu t}\square^{\lambda Nt}\right)$ $Q_{j,j-1}(t) = \frac{j\mu}{j\mu - N \ln P}\left(1 - \square^{-j\mu t}\square^{\lambda Nt}\right)$ $F_j(t) = \left(1 - \square^{-j\mu t}\square^{\lambda Nt}\right)$
S_j $K < j < N$	$Q_{j,j+1}(t) = Q_{K,K+1}(t) = \frac{\lambda N \ln P}{N \ln P - K\mu}\left(1 - \square^{-K\mu t}\square^{\lambda Nt}\right)$ $Q_{j,j-1}(t) = Q_{K,K-1}(t) = \frac{K\mu}{K\mu - \lambda N \ln P}\left(1 - \square^{-K\mu t}\square^{\lambda Nt}\right)$ $F_j(t) = F_K(t) = \left(1 - \square^{-K\mu t}\square^{\lambda Nt}\right)$
S_N	$Q_{N,N-1}(t) = \Psi_{K,K-1}(t) = (1 - \square^{-K\mu t})$ $F_N(t) = Q_{N,N-1}(t)$

На основе полученных в таблице 1 выражений для матрицы вероятностей переходов $Q(t)$ и времени $F_j(t)$, для вложенной Марковской цепи определяется матрица вероятностей переходов $P = \|p_{ij}\|$ и среднее время m_j однократного пребывания системы в каждом состоянии из множества S. Полученные данные представлены в таблице 2.

Таблица 2. Выражения для элементов матрицы P вероятностей переходив системы и средних времен m_j

	$\boldsymbol{j = 0}$	$\boldsymbol{1 \ll j \ll K}$	$\boldsymbol{K < j < N}$	$\boldsymbol{j = N}$
$p_{j,j+1}$	1	$\frac{\lambda N \ln P}{\lambda N \ln P - j\mu}$	$\frac{\lambda N \ln P}{\lambda N \ln P - K\mu}$	0
$p_{j,j-1}$	0	$\frac{j\mu}{j\mu - \lambda N \ln P}$	$\frac{K\mu}{K\mu - \lambda N \ln P}$	1
m_j	-$(\lambda N \ln P)^{-1}$	$(j\mu - \lambda N \ln P)^{-1}$	$(K\mu - \lambda N \ln P)^{-1}$	$(K\mu)^{-1}$
$p_{j,j} = 0$ при $j \neq i - 1 \wedge j \neq i + 1$				

Для эргодических полумарковских процессов характерно наличие стационарного режима, в который процесс переходит после достаточного промежутка времени функционирования системы, которую описывает процесс. Такой режим работы системы характеризуется независимостью от того, каково было начальное состояние системы [4,5].

Для стационарного режима функционирования процесса характерно то, что распределение вероятностей $w^* = (w_0^*,\ w_1^*, \dots, w_N^*)$ пребывания процесса в каждом из всех возможных состояний $S_j \in S\ (j = 0, \dots, N)$ не зависит от времени. Здесь под вероятностью w_j^* понимается средняя доля времени, проведенного полумарковским процессом в состоянии S_j. Значение w_j^* определяется по формуле: $w^* = m_j / l_{jj} (j = \overline{0, N})$.

Обозначим через l_{jj} среднее значение времени, которое система затратит до первого попадания из состояния S_j в то же самое состояние S_j. Значение среднего времени l_{jj} определяется следующей формулой [4]:

$$l_{jj} = w_j^{-1} \sum_{S_i \in S} w_i m_i = w_j^{-1} \sum_{i=0}^{N} w_i m_i$$

В этой формуле w_i это элемент вектора $w = (w_0, w_1, , \dots, w_N)$. Данный вектор соответствует стационарному распределению вероятностей нахождения Марковской цепи в состоянии S_i. Тогда получаем, что значение среднего времени w^* будет равно:

$$w^* = w_j m_j \Big/ \sum_{i=0}^{N} w_i m_i$$

Здесь значение ω_i определяется следующим выражением:

$$w_i = \Delta_i \Big/ \sum_{l=1}^{N} \Delta_l\ ;\ \ l = \overline{0, N}$$

В данном выражении символ Δ_i это минор, т.е. определитель матрицы $(I - P)$, в которой удален i-й столбец и i-я строка.

3 Показатели надежности распределенной системы обработки данных

С использованием положений, изложенных в работе [5], и полученных в статье формул можно определить несколько важных показателей надежности рассматриваемой распределенной системы, использующей безотказные архивы магнитных носителей.

В частности, коэффициент $K_г$ готовности данной РСОД рассчитывается с помощью следующей формулы:

$$K_г = \sum_{S_j \in S^1} \omega_j^* = \sum_{j=0}^{N-1} \omega_j^*$$

В данной формуле обозначение S^1 это множество работоспособных состояний системы.

Предположим, что T_F это среднее время наработки РСОД на отказ. В рассматриваемом случае оно равно среднему времени пребывания РСОД во множестве S^1 работоспособных состояний системы:

$$T_F = \left(\sum_{j=0}^{N-1} w_j m_j \right) \Bigg/ \left[\sum_{j=0}^{N-1} w_j \left(1 - \sum_{i=0}^{N-1} p_{i,j} \right) \right]$$

Обозначим через T_R среднее время восстановления системы. В соответствии с рассматриваемой в статье моделью РСОД имеется единственное состояние S_N отказа системы. Тогда T_R равно среднему времени пребывания полумарковского процесса в состоянии отказа S_N т.е.:

$$T_R = m_N$$

Заключение

В статье рассмотрен вопрос использования информационной избыточности в распределенных системах обработки данных. С использованием положений теории вероятности и математического аппарата цепей Маркова построена формальная модель работы РСОД, использующей информационную избыточность двух видов. Первый вид избыточности - это оперативный резерв,

который состоит из некоторого количества копий массива данных. Идентичные копии оперативного резерва размещаются в нескольких узлах системы. Оперативный резерв имеет ненулевую вероятность разрушения при обработке запросов к данным. Второй вид избыточности - это специальные архивы магнитных носителей, так же состоящие из некоторого количества копий массива данных. Данные архивы предназначены только для обработки запросов на восстановление разрушенного оперативного резерва в узлах системы и имеют нулевую вероятность разрушения при обработке таких запросов.

Получены аналитические выражения для расчета значений таких показателей надежности работы РСОД как коэффициент готовности системы, среднее время наработки РСОД на отказ и среднее время восстановления системы.

Полученные в статье результаты могут быть использованы на этапах проектирования, создания и эксплуатации РСОД различного назначения, масштаба и топологии. Особую актуальность данные результаты имеют для крупномасштабных территориально-распределенных многоуровневых систем обработки данных и управления.

Литература

1. *Микрин Е.А., Сомов С.К. Анализ* эффективности стратегий восстановления информации в распределенных системах обработки данных // Информационные технологии и вычислительные системы. 2016. №3.С.5–19.
2. *Сомов С.К.* Сохранность информации в распределенных системах обработки данных. М.: ИПУ РАН, 2019. – 254 с.
3. *Кульба В.В., Сомов С.К.* Повышение надежности функционирования распределенных СОД методами резервирования и восстановления информации/Информатизация и связь/ – 2016. – №3. – с.86-94.
4. *Журавлев Ю.П., Котелюк Л.А., Циклинский Н.И.* Надежность и контроль ЭВМ. – М.: Сов. радио. – 1978. – 416 с.
5. *Барлоу Р., Прошан Ф.* Математическая теория надежности. – М.: Сов. радио. – 1969. – 488 с.